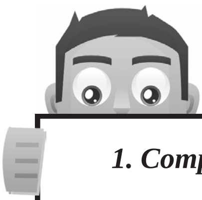


1. *Compreensão de estruturas lógicas*

Breve introdução

Não há um consenso quanto à definição da lógica, mas alguns autores a definem como o estudo dos processos válidos e gerais pelos quais atingimos a verdade, inclusive pelo estudo dos princípios da inferência válida. É a Ciência que expõe as leis, modos e formas do conhecimento científico. É uma ciência formal que se dedica ao estudo das formas válidas de inferência. Trata-se, portanto, do estudo dos métodos e dos princípios utilizados para distinguir o raciocínio correto do incorreto.

A lógica foi criada por Aristóteles, no século IV a.C., como uma ciência autônoma que se dedica ao estudo dos atos do pensamento (Conceito, Juízo, Raciocínio, Demonstração) do ponto de vista da sua estrutura ou forma lógica, sem ter em conta qualquer conteúdo material. É por esta razão que esta lógica aristotélica se designa também por lógica formal.

Segundo os registros foi Aristóteles quem sugeriu o silogismo como sendo o argumento válido. Aristóteles é considerado o pai da lógica formal.

Conceito de proposição

Vamos a um conceito básico, em função de ter encontrado diversos conceitos:

"Chama-se proposição toda oração **declarativa** que admite um dos dois valores lógicos: Falso (F) ou Verdadeiro (V), **mas não as duas valorações".**

Em função de ser uma oração é esperado que apresente, portanto, sujeito e predicado. A expressão: "As belas ruas de paralelepípedo de Ribeirão Preto" NÃO se constitui uma proposição devido à ausência de predicado.

Como anteriormente mencionado a oração é **declarativa.** Portanto, teremos alguns tipos de expressões que NÃO serão proposições, por serem do tipo imperativo, interjeições, exclamativa, interrogativas, indefinidas (abertas).

Desta forma, não são proposições expressões do tipo:

(A) Que bela manhã**!** (exclamativa).

(B) Quer uma xícara de café**?** (interrogativa).

(C) Pare!!! (imperativa – indica ordem).

(D) Feliz Natal!. (optativa – exprime desejo).

(E) Ele foi o melhor jogador do campeonato. (Sentença aberta; não se sabe quem é "ele" e, assim, não podemos valorar tal expressão).

Veja algumas frases que são proposições (aquelas que podemos valorar em verdadeiro ou falsa)

(A) A lua é o único satélite do planeta Terra (V)

(B) A cidade do Recife é a capital do estado do Maranhão. (F)

(C) O número 612 é ímpar (F)

(D) A raiz quadrada de dois é um número irracional (V)

Mas, uma proposição pode ser qualquer outro tipo de expressão, tais como as matemáticas, conjunto de símbolos que possuam um significado, e que pode ser valorada em verdadeiro ou falso.

Exemplo:
$4 > 7$

Estamos afirmando que o número quatro é maior que o número sete. Temos, neste caso, símbolos numéricos, o que ainda assim nos permite dizer que isto é uma proposição. No caso, é uma proposição falsa.

Veja o exemplo abaixo:
$\mathbf{x-8 = 0}$

Não podemos valorar esta expressão em verdadeiro ou falso, simplesmente porque não se conhece o valor de x. Se x valer oito, teremos $x – 8 = 0$. Porém, para qualquer outro valor de x que não seja oito, a igualdade acima está errada.

Sendo "x" uma variável, pode assumir inúmeros valores. Quando a expressão apresentar uma variável, nós dizemos que ela é uma sentença aberta. Isto nos impede de julgá-la em verdadeira ou falsa. Logo, não é proposição.

Em algumas situações teremos expressões que serão denominadas paradoxos. E estas não podem ser valoradas em falsa ou verdadeira porque teríamos uma situação de contradição. Veja a seguinte frase:

Um meliante declara à polícia: "Eu sou mentiroso".

Isto não pode ser uma proposição lógica, pois, se consideramos que o meliante disse a verdade, então é verdade que ele é um mentiroso e, portanto, sendo um mentiroso ele não pode declarar uma verdade. Contradição!

Resumindo:

Não são proposições: frases exclamativas, interrogativas, opinativas, as expressões de desejo, as expressões de sentimentos, as interjeições, orações imperativas, e aquelas que contenham variáveis (sentenças abertas).

A partir daí, podemos encontrar alguns princípios que devem sempre ser observados:

1) Princípio da Identidade: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira. Uma proposição falsa é sempre falsa.

2) Princípio da não-contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa simultaneamente.

3) Princípio do Terceiro Excluído: Uma proposição só pode ter dois valores lógicos, isto é, é verdadeira (V) ou falsa (F), não podendo ter outro valor. Não há meio termo.

Questões

01. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014) Segundo a lógica aristotélica, as proposições têm como uma de suas propriedades básicas poderem ser verdadeiras ou falsas, isto é, terem um valor de verdade. Assim sendo, a oração "A Terra é um planeta do sistema solar", por exemplo, é uma proposição verdadeira e a oração "O Sol gira em torno da Terra", por sua vez, é uma proposição comprovadamente falsa. Mas nem todas as orações são proposições, pois algumas orações não podem ser consideradas nem verdadeiras e nem falsas, como é o caso da oração:

(A) O trigo é um cereal cultivável de cuja farinha se produz pão.

(B) Metais são elementos que não transmitem eletricidade.

(C) Rogai aos céus para que a humanidade seja mais compassiva.

(D) O continente euroasiático é o maior continente do planeta.

(E) Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos tópicos.

02. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014) Um dos princípios fundamentais da lógica é o da não contradição. Segundo este princípio, nenhuma proposição pode ser simultaneamente verdadeira e falsa sob o mesmo aspecto. Uma das razões da importância desse princípio é que ele permite realizar inferências e confrontar descrições diferentes do mesmo acontecimento sem o risco de se chegar a conclusões contraditórias. Assim sendo, o princípio da não contradição

(A) fornece pouco auxílio lógico para investigar a legitimidade de descrições.

(B) permite conciliar descrições contraditórias entre si e relativizar conclusões

(C) exibe propriedades lógicas inapropriadas para produzir inferências válidas.

(D) oferece suporte lógico para realizar inferências adequadas sobre descrições.

(E) propicia a produção de argumentos inválidos e mutuamente contraditórios.

03. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014) Detectar narrativas mentirosas é uma tarefa cognitiva muito árdua que envolve o raciocínio lógico e informação sobre os acontecimentos em questão. Mas quando se tem informações limitadas sobre os acontecimentos, o raciocínio lógico desempenha um importante papel para a detecção de narrativas mentirosas. Isto ocorre porque.

(A) os acontecimentos aparecem em sua sequência temporal ao observador atento.

(B) o uso do raciocínio lógico permite frequentemente detectar inconsistências.

(C) o raciocínio lógico em nada contribui para reconhecer narrativas mentirosas.

(D) a detecção de narrativas mentirosas é uma tarefa cognitiva muito fácil.

(E) a falsidade da narrativa é sempre evidente sem necessidade de raciocinar.

04. MRE 2008 [CESPE] (MODIFICADO) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V —, ou falsas — F —, mas não cabem a elas ambos os julgamentos.

Julgue os itens abaixo:

1. Considere a seguinte lista de sentenças:

I - Qual é o nome pelo qual é conhecido o Ministério das Relações Exteriores?

II - O Palácio Itamaraty em Brasília é uma bela construção do século XIX.

III - As quantidades de embaixadas e consulados gerais que o Itamaraty possui são, respectivamente, x e y.

IV - O barão do Rio Branco foi um diplomata notável.

Nessa situação, é correto afirmar que, entre as sentenças acima, **apenas uma delas não é uma proposição**.

05. (ICMS-SP/2006/FCC) Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma mesma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem essa característica.

I. Que belo dia!
II. Um excelente livro de raciocínio lógico.
III. O jogo terminou empatado?
IV. Existe vida em outros planetas do universo.
V. Escreva uma poesia.

A frase que não possui essa característica comum é a

(A) I.
(B) II.
(C) III.
(D) IV.
(E) V.

06. (TCE-PB/2006/FCC) Sabe-se que sentenças são orações com sujeito (o termo a respeito do qual se declara algo) e predicado (o que se declara sobre o sujeito). Na relação seguinte há expressões e sentenças:

1. Três mais nove é igual a doze.
2. Pelé é brasileiro.
3. O jogador de futebol.
4. A idade de Maria.
5. A metade de um número.
6. O triplo de 15 é maior do que 10.

É correto afirmar que, na relação dada, são sentenças apenas os itens de números.

(A) 1, 2 e 6.
(B) 2,3 e 4.
(C) 3,4 e 5.
(D) 1, 2, 5 e 6.
(E) 2, 3,4 e 5.

07. (PM-BA 2009/FCC) Define-se sentença como qualquer oração que tem sujeito (o termo a respeito do qual se declara alguma coisa) e predicado (o que se declara sobre o sujeito). Na relação que segue há expressões e sentenças:

1. Tomara que chova!
2. Que horas são?
3. Três vezes dois são cinco.
4. Quarenta e dois detentos.
5. Policiais são confiáveis.
6. Exercícios físicos são saudáveis.

De acordo com a definição dada, é correto afirmar que, dos itens da relação acima, são sentenças APENAS os de números.

(A) 1 3 e 5.
(B) 2, 3 e 5.
(C) 3, 5 e 6.
(D) 4 e 6.
(E) 5 e 6.

08. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014). Um dos princípios fundamentais da lógica é o da não contradição. Segundo este princípio, nenhuma proposição pode ser simultaneamente verdadeira e falsa sob o mesmo aspecto. Uma das razões da importância desse princípio é que ele permite realizar inferências e confrontar descrições diferentes do mesmo acontecimento sem o risco de se chegar a conclusões contraditórias. Assim sendo, o princípio da não contradição

(A) fornece pouco auxílio lógico para investigar a legitimidade de descrições.

(B) permite conciliar descrições contraditórias entre si e relativizar conclusões

(C) exibe propriedades lógicas inapropriadas para produzir inferências válidas.

(D) oferece suporte lógico para realizar inferências adequadas sobre descrições.

(E) propicia a produção de argumentos inválidos e mutuamente contraditórios.

09. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014). Segundo a lógica aristotélica, as proposições têm como uma de suas propriedades básicas poderem ser verdadeiras ou falsas, isto é, terem um valor de verdade. Assim sendo, a oração “A Terra é um planeta do sistema solar”, por exemplo, é uma proposição verdadeira e a oração “O Sol gira em torno da Terra”, por sua vez, é uma proposição comprovadamente falsa. Mas nem todas as orações são proposições, pois algumas orações não podem ser consideradas nem verdadeiras e nem falsas, como é o caso da oração:

(A) O trigo é um cereal cultivável de cuja farinha se produz pão.
(B) Metais são elementos que não transmitem eletricidade.
(C) Rogai aos céus para que a humanidade seja mais compassiva.
(D) O continente euroasiático é o maior continente do planeta.
(E) Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos tópicos.

Respostas

01. Não pode ser uma proposição se não for uma afirmativa, pois, as afirmativas podem ser valoradas em V ou F.

Vamos analisar as alternativas:

(A) O trigo é um cereal cultivável de cuja farinha se produz pão. (é proposição)

(B) Metais são elementos que não transmitem eletricidade. (é proposição)

(C) Rogai aos céus para que a humanidade seja mais compassiva. (Expressa um desejo. Não pode ser valorado. Não é proposição)

(D) O continente euroasiático é o maior continente do planeta. (é proposição)

(E) Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos tópicos. (é proposição)

02. Este princípio propicia suporte lógico para realizar inferências adequadas sobre descrições. Pois se houver contradição não teríamos como definir valores lógicos às descrições

03. O raciocínio logico permite detectar argumentos inválidos e inconsistências em determinadas descrições em narrativas.

04. A sentença I é uma pergunta. Não pode ser julgada em verdadeiro ou falso, não sendo classificada como proposição.

Na sentença II temos uma expressão de opinião sobre o Palácio do Itamaraty. Alguém está dizendo expressando sua opinião de que o Palácio é belo. Não é proposição.

Na sentença III, temos duas variáveis (x e y). Quando temos variáveis, trata-se de uma sentença aberta, que não pode ser julgada em verdadeira ou falsa. Logo, não é uma proposição.

Na sentença IV, temos outra expressão de opinião. Também não é proposição.

Resposta: errado.

05. A frase I é exclamativa.

A frase II não possui predicado, não sendo assim uma oração.

A frase III é interrogativa e a frase V é imperativa.

Portanto a característica comum entre as frases I, II, III e V é que elas não são proposições. A única proposição é a frase IV, pois é uma oração declarativa, que podemos classificar em V ou F, apesar de não sabermos o seu valor lógico.

06. As frases 1, 2 e 6 têm sujeito e predicado. São, portanto, sentenças.

As frases 3,4 e 5 não possuem sentido completo. Não são sentenças.

Resposta A

07. 1. Tomara que chova! *(exclamativa)*
2. Que horas são? *(interrogativa)*
3. Três vezes dois são cinco *(proposição).*
4. Quarenta e dois detentos. *(sem predicado)*
5. Policiais são confiáveis. *(proposição)*
6. Exercícios físicos são saudáveis. *(proposição)*
Resposta: C.

08. Resposta: D.

Este princípio propicia suporte lógico para realizar inferências adequadas sobre descrições. Pois se houver contradição não teríamos como definir valores lógicos às descrições

09. Resposta: C.

Não pode ser uma proposição se não for uma afirmativa, pois, as afirmativas podem ser valoradas em V ou F.

Vamos analisar as alternativas:

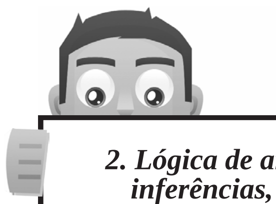
A) O trigo é um cereal cultivável de cuja farinha se produz pão. (é proposição)

B) Metais são elementos que não transmitem eletricidade. (é proposição)

C) Rogai aos céus para que a humanidade seja mais compassiva. (Expressa um desejo. Não pode ser valorado. Não é proposição)

D) O continente euroasiático é o maior continente do planeta. (é proposição)

E) Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos tópicos. (é proposição)



2. Lógica de argumentação: analogias, inferências, deduções e conclusões

Chama-se argumento uma sequência finita de proposições P (P1, P2, P3,...Pn) que inferem uma proposição Q (ou C), ou seja, um grupo de proposições iniciais denominadas premissas, que findam em uma proposição final, denominada de conclusão do argumento, que será consequência das premissas iniciais.

Há um caso de argumento, em que temos duas premissas e uma conclusão. Tal argumento recebe o nome de silogismo categórico (Aristóteles).

As premissas também podem ser denominadas de hipóteses e a conclusão de tese.

Vejamos alguns exemplos de argumentos:

Exemplos:

01.
Se eu passar no concurso, então irei trabalhar.
Passei no concurso
___
∴ Irei trabalhar

02.
Se ele me ama então casa comigo.
Ele me ama.
___
∴ Ele casa comigo.

03.
Todos os brasileiros são humanos.
Todos os paulistas são brasileiros.
___
∴ Todos os paulistas são humanos.

04.
Todos os homens são mortais
Sócrates é homem

∴Sócrates é mortal.

Vamos interpretar estas premissas?

Acima, temos duas premissas (Todos os homens são mortais; Sócrates é homem). Estamos dizendo que essas duas premissas acarretam na nossa conclusão (Sócrates é mortal). Eis nosso exemplo de argumento.

IMPORTANTE:

- O tipo de argumento ilustrado nos exemplos acima é chamado silogismo. Ou seja, silogismo é o argumento formado por duas premissas e a conclusão.

- Em um argumento lógico, sempre consideraremos as premissas como sendo verdadeiras.

- O argumento lógico afirma que o conjunto de premissas tem como consequência uma determinada conclusão.

Os argumentos, em lógica, possuem dois componentes básicos: suas premissas e sua conclusão. Por exemplo, em: "Todos os times brasileiros são bons e estão entre os melhores times do mundo. O Brasiliense é um time brasileiro. Logo, o Brasiliense está entre os melhores times do mundo", temos um argumento com duas premissas e a conclusão.

Evidentemente, pode-se construir um argumento válido a partir de premissas verdadeiras, chegando a uma conclusão também verdadeira. Mas também é possível construir argumentos válidos a partir de premissas falsas, chegando a conclusões falsas. O detalhe é que podemos partir de premissas falsas, proceder por meio de uma inferência válida e chegar a uma conclusão verdadeira. Por exemplo:

Premissa: Todos os peixes vivem no oceano.
Premissa: Lontras são peixes.
Conclusão: Logo, focas vivem no oceano.

Há, no entanto, uma coisa que não pode ser feita: a partir de premissas verdadeiras, inferirem de modo correto e chegar a uma conclusão falsa. Podemos resumir esses resultados numa tabela de regras de implicação. O símbolo A denota implicação; A é a premissa, B é a conclusão.

Regras de Implicação		
Premissas	**Conclusão**	**Inferência**
A	B	A à B
Falsas	Falsa	Verdadeira
Falsas	Verdadeira	Verdadeira
Verdadeiras	Falsa	Falsa
Verdadeiras	Verdadeira	Verdadeira

- Se as premissas são falsas e a inferência é válida, a conclusão pode ser verdadeira ou falsa (linhas 1 e 2).

- Se as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa, a inferência é inválida (linha 3).

- Se as premissas e a inferência são válidas, a conclusão é verdadeira (linha 4).

Desse modo, o fato de um argumento ser válido não significa necessariamente que sua conclusão seja verdadeira, pois pode ter partido de premissas falsas. Um argumento válido que foi derivado de premissas verdadeiras é chamado de argumento consistente. Esses, obrigatoriamente, chegam a conclusões verdadeiras.

Premissas: Argumentos dedutíveis sempre requerem certo número de "assunções-base". São as chamadas premissas. É a partir delas que os argumentos são construídos ou, dizendo de outro modo, é as razões para se aceitar o argumento. Entretanto, algo que é uma premissa no contexto de um argumento em particular pode ser a conclusão de outro, por exemplo. As premissas do argumento sempre devem ser explicitadas. A omissão das premissas é comumente encarada como algo suspeito, e provavelmente reduzirá as chances de aceitação do argumento.

A apresentação das premissas de um argumento geralmente é precedida pelas palavras "admitindo que...", "já que...", "obviamente se..." e "porque...". É imprescindível que seu oponente concorde com suas premissas antes de proceder à argumentação. Usar a palavra "obviamente" pode gerar desconfiança. Ela ocasionalmente faz algumas pessoas aceitarem afirmações falsas em vez de admitir que não entenda por que algo é "óbvio". Não se deve hesitar em questionar afirmações supostamente "óbvias".

Inferência: Uma vez que haja concordância sobre as premissas, o argumento procede passo a passo por meio do processo chamado "inferência". Na inferência, parte-se de uma ou mais proposições aceitas (premissas) para chegar a outras novas. Se a inferência for válida, a nova proposição também deverá ser aceita. Posteriormente, essa proposição poderá ser empregada em novas inferências. Assim, inicialmente, apenas se pode inferir algo a partir das premissas do argumento; ao longo da argumentação, entretanto, o número de afirmações que podem ser utilizadas aumenta. Há vários tipos de inferência válidos, mas também alguns inválidos. O processo de inferência é comumente identificado pelas frases "Consequentemente..." ou "isso implica que...".

Conclusão: Finalmente se chegará a uma proposição que consiste na conclusão, ou seja, no que se está tentando provar. Ela é o resultado final do processo de inferência e só pode ser classificada como conclusão no contexto de um argumento em particular. A conclusão respalda-se nas premissas e é inferida a partir delas.

A seguir está exemplificado um argumento válido, mas que pode ou não ser "consistente".

1. Premissa: Todo evento tem uma causa.
2. Premissa: O universo teve um começo.
3. Premissa: Começar envolve um evento.
4. Inferência: Isso implica que o começo do universo envolveu um evento.
5. Inferência: Logo, o começo do universo teve uma causa.
6. Conclusão: O universo teve uma causa.

A proposição do item 4 foi inferida dos itens 2 e 3. O item 1, então, é usado em conjunto com proposição 4 para inferir uma nova proposição (item 5). O resultado dessa inferência é reafirmado (numa forma levemente simplificada) como sendo a conclusão.

Argumentos Dedutivos e Indutivos

O argumento será dedutivo quando suas premissas fornecerem prova conclusiva da veracidade da conclusão, isto é, o argumento é dedutivo quando a conclusão é completamente derivada das premissas. Exemplo:

Todo ser humano tem mãe.
Todos os homens são humanos.
____
∴ Todos os homens têm mãe.

O argumento será indutivo quando suas premissas não fornecerem o apoio completo para retificar as conclusões. Exemplo:

O Flamengo é um bom time de futebol.
O Palmeiras é um bom time de futebol.
O Vasco é um bom time de futebol.
O Cruzeiro é um bom time de futebol.
____
∴ Todos os times brasileiros de futebol são bons.

Portanto, nos argumentos indutivos a conclusão possui informações que ultrapassam as fornecidas nas premissas. Sendo assim, não se aplica, então, a definição de argumentos válidos ou não válidos para argumentos indutivos.

Argumentos Dedutivos Válidos

Vimos então que a noção de argumentos válidos ou não válidos aplica-se apenas aos argumentos dedutivos, e também que a validade depende apenas da forma do argumento e não dos respectivos valores verdades das premissas. Vimos também que não podemos ter um argumento válido com premissas verdadeiras e conclusão falsa. A seguir exemplificaremos alguns argumentos dedutivos válidos importantes.

Afirmação do Antecedente: O primeiro argumento dedutivo válido que discutiremos chama-se “afirmação do antecedente”, também conhecido como modus ponens. Exemplo:

Se José for reprovado no concurso, então será demitido do serviço.
José foi aprovado no concurso.
___
∴ José será demitido do serviço.

Este argumento é evidentemente válido e sua forma pode ser escrita da seguinte forma:

ou

Outro argumento dedutivo válido é a “negação do consequente” (também conhecido como modus Tollens).
Obs.: (p → q) é equivalente a (~q → ~p). Esta equivalência é chamada de contra-positiva. Exemplo:

“Se ele me ama, então casa comigo” é equivalente a “Se ele não casa comigo, então ele não me ama”;

Então vejamos o exemplo do modus tollens. Exemplo:
Se aumentarmos os meios de pagamentos, então haverá inflação.
Não há inflação.
___
∴ Não aumentamos os meios de pagamentos.

Este argumento é evidentemente válido e sua forma pode ser escrita da seguinte maneira:

ou

Argumentos Dedutivos Não Válidos

Existe certa quantidade de artimanhas que devem ser evitadas quando se está construindo um argumento dedutivo. Elas são conhecidas como falácias. Na linguagem do dia a dia, nós denominamos muitas crenças equivocadas como falácias, mas, na lógica, o termo possui significado mais específico: falácia é uma falha técnica que torna o argumento inconsistente ou inválido (além da consistência do argumento, também se podem criticar as intenções por detrás da argumentação).
Argumentos contentores de falácias são denominados falaciosos. Frequentemente, parecem válidos e convincentes, às vezes, apenas uma análise pormenorizada é capaz de revelar a falha lógica. Com as premissas verdadeiras e a conclusão falsa nunca teremos um argumento válido, então este argumento é não válido, chamaremos os argumentos não válidos de falácias. A seguir, examinaremos algumas falácias conhecidas que ocorrem com muita frequência. O primeiro caso de argumento dedutivo não válido que veremos é o que chamamos de “falácia da afirmação do consequente”. Exemplo:

Se ele me ama então ele casa comigo.
Ele casa comigo.
___
∴ Ele me ama.

Podemos escrever esse argumento como:

ou

Este argumento é uma falácia, podemos ter as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.
Outra falácia que corre com frequência é a conhecida por “falácia da negação do antecedente”. Exemplo:
Se João parar de fumar ele engordará.
João não parou de fumar.
___
∴ João não engordará.

Observe que temos a forma:

ou

Este argumento é uma falácia, pois podemos ter as premissas verdadeiras e a conclusão falsa.
Os argumentos dedutivos não válidos podem combinar verdade ou falsidade das premissas de qualquer maneira com a verdade ou falsidade da conclusão. Assim, podemos ter, por exemplo, argumentos não válidos com premissas e conclusões verdadeiras, porém, as premissas não sustentam a conclusão.

Exemplo:

Todos os mamíferos são mortais. (V)
Todos os gatos são mortais. (V)
___
∴ Todos os gatos são mamíferos. (V)

Este argumento tem a forma:
Todos os A são B.
Todos os C são B.
___
∴ Todos os C são A.

Podemos facilmente mostrar que esse argumento é não válido, pois as premissas não sustentam a conclusão, e veremos então que podemos ter as premissas verdadeiras e a conclusão falsa, nesta forma, bastando substituir A por mamífero, B por mortais e C por cobra.

Todos os mamíferos são mortais. (V)
Todas as cobras são mortais. (V)
___
∴ Todas as cobras são mamíferas. (F)

Podemos usar as tabelas-verdade, definidas nas estruturas lógicas, para demonstrarmos se um argumento é válido ou falso. Outra maneira de verificar se um dado argumento P_1, P_2, P_3, ...P_n é válido ou não, por meio das tabelas-verdade, é construir
a condicional associada: ($P_1 \wedge P_2 \wedge P_3$ ...P_n) e reconhecer se essa condicional é ou não uma tautologia. Se essa condicional associada é tautologia, o argumento é válido. Não sendo tautologia, o argumento dado é um sofisma (ou uma falácia).
Tautologia: Quando uma proposição composta é sempre verdadeira, então teremos uma tautologia. Ex: P (p,q) = (p ∧ q) ↔ (p V q). Numa tautologia, o valor lógico da proposição composta P (p,q,s) = {(p ∧ q) V (p V s) V [p ∧ (q ∧ s)]} → será sempre verdadeiro.

Há argumentos válidos com conclusões falsas, da mesma forma que há argumentos não válidos com conclusões verdadeiras. Logo, a verdade ou falsidade de sua conclusão não determinam a validade ou não validade de um argumento. O reconhecimento de argumentos é mais difícil que o das premissas ou da conclusão. Muitas pessoas abarrotam textos de asserções sem sequer produzirem algo que possa ser chamado de argumento. Às vezes, os argumentos não seguem os padrões descritos acima. Por exemplo, alguém pode dizer quais são suas conclusões e depois justificá-las. Isso é válido, mas pode ser um pouco confuso.

Mas fica uma questão: todos os argumentos lógicos são válidos?

Façamos, então, um estudo dos argumentos lógicos, para verificar se eles são válidos ou inválidos. É isso o que interessa. Então, passemos a seguir a tentar entender o que significa um argumento válido e um argumento inválido.

Validade de um argumento

Dizemos que um argumento é válido, quando a sua conclusão é uma consequência obrigatória do seu conjunto de premissas, ou seja, as premissas verdadeiras garantem que a conclusão também será verdadeira.

DICA: VÁLIDO, TODOS VERDADEIROS (premissas e conclusão).

Existem casos em que o argumento é INVÁLIDO. Veremos em algumas situações que as premissas e a própria conclusão poderão ser visivelmente falsas (e até absurdas), e o argumento, ainda assim, poderá ser considerado válido. Isto pode ocorrer porque, na Lógica, o estudo dos argumentos não leva em conta a verdade ou a falsidade das premissas que compõem o argumento, mas tão somente a validade deste.

“Quando o argumento não é válido, diz-se que é um sofisma”.

OBS:

A grande dificuldade para o concursando é que ele pensa na lógica do cotidiano e, muitas vezes atribui valor falso para premissas ou conclusões por considerá-las absurdas para o mundo real. Na lógica argumentativa pouco importa se, no mundo real, as premissas são de fato verdadeiras ou não. Não nos cabe avaliar se uma premissa é realmente verdadeira. Isto cabe a outros ramos das diversas ciências (física, química, biologia, Astronomia, Energia Nuclear, Medicina, etc.).

Na lógica argumentativa estamos interessados na forma do argumento. O que nós analisaremos é se o argumento está bem construído, bem formulado, isto é, se as premissas, de fato, suportam a conclusão, resultando num argumento válido, muito embora a veracidade das premissas e da conclusão sejam totalmente questionáveis.

Aqui vale a teoria do pedreiro: “o que vale é a construção e não o seu conteúdo” (kkkk, não existe esta teoria, mas a frase é totalmente válida).

Com uma construção adequada o argumento é válido, independentemente do conteúdo das premissas ou da conclusão.

RECAPITULANDO:

Considerando SEMPRE que as premissas são verdadeiras, a conclusão necessariamente também seja verdadeira, então o argumento é válido. Caso contrário, se existir um caso em que todas as premissas são verdadeiras e a conclusão seja falsa, então o argumento é inválido.

O que devemos fazer para determinar se um argumento é mesmo válido? Vermos muitos métodos que poderão ser úteis e que serão usados com frequência em questões que pedem a verificação da validade de um argumento qualquer. Porém, dentre estes métodos podemos ter um cuidado inicial em selecionar, eleger, qual o que nos daria a resposta com maior rapidez. Porém, um método será visto com mais atenção, pois, nos dá toda a base teórica que NUNCA podemos desprezar: a tabela-verdade. Este método, dependendo do caso, não é o recomendado devido ao tamanho (número de linhas) da tabela.

Existem várias técnicas desenvolvidas por estudiosos e professores. O número de técnicas chega facilmente a, pelo menos, SEIS. Porém, para cada caso devemos eleger o que seria mais conveniente.

TÉCNICAS DE ANÁLISE DA VALIDADE DO ARGUMENTO

A) Através da tabela-verdade

Para analisar um argumento por meio da tabela-verdade, devemos seguir alguns passos básicos:

- montar uma tabela-verdade contendo todas as premissas e a conclusão.

– identificar as linhas em que todas as premissas são verdadeiras.

– verificar se, nas linhas indicadas no item anterior a conclusão também é verdadeira.

- FINALIZANDO: nas linhas avaliadas se as premissas e a conclusão forem verdadeiras o argumento é válido. Em caso negativo, o argumento é inválido.

Veja a situação abaixo:

Como analisar uma questão sem frases, apenas empregando a linguagem lógica para as premissas e conclusão?

Vamos seguir os passos e resolver? Mãos à obra!!!

Devemos saber que o que está acima da linha são as premissas, enquanto que abaixo dela encontra-se a conclusão. Neste caso, temos duas premissas e a conclusão (um silogismo).

Casos deste tipo podem ser frases que já foram traduzidas para linguagem simbólica.

Depois de construir a tabela-verdade, devemos verificar quais são as suas linhas em que os valores lógicos das premissas têm valor V. Depois devemos analisar as linhas das premissas com valores V (com premissas verdadeiras) com os valores lógicos das colunas da conclusão forem também Verdadeiros. Nestes casos o argumento é válido. Porém, se ao menos uma daquelas linhas (que contêm premissas verdadeiras) houver na coluna da conclusão um valor F, então o argumento é inválido.

Este método tem a desvantagem de ser mais trabalhoso, principalmente quando envolve várias proposições simples.

EXEMPLO:

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

1º passo) Construir as tabelas-verdade para as duas premissas e para a conclusão. Teríamos, portanto, três tabelas a construir (uma tabela para cada premissa e uma tabela para a conclusão).

Para economizarmos espaço, ganharmos tempo e facilitarmos a execução do deste passo, faremos somente uma tabela-verdade, em que as premissas e a conclusão corresponderão a distintas colunas nesta tabela, conforme se observa abaixo.

Observe que as premissas e a conclusão são obtidas pelos seguintes procedimentos:

- A 1ª premissa (4ª coluna da tabela) é obtida pela condicional entre a 3ª e a 2ª colunas.
- A 2ª premissa (5ª coluna) é obtida pela negação da 2ª coluna.
- A conclusão (8ª coluna) é obtida pela disjunção entre a 6ª e a 7ª colunas.

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
Linha	q	R	(p∧q)	1ªPrem (p ∧ q) → r	2ª Prem ~r	~p	~q	Conclusão ~p ∨ ~q
1	V	V	V	V	F	F	F	F
2	V	F	V	F	V	F	F	F
3	F	V	F	V	F	F	V	V
4	F	F	F	V	V	F	V	V
5	V	V	F	V	F	V	F	V
6	V	F	F	V	V	V	F	V
7	F	V	F	V	F	V	V	V
8	F	F	F	V	V	V	V	V

2º passo) Agora, vamos verificar quais são as linhas da tabela em que os valores lógicos das premissas são todos V. Daí, observamos que a 4ª, 6ª e 8ª linhas apresentam todas as duas premissas com valor lógico V.

3º passo) Finalizando, temos que verificar qual é o valor lógico da conclusão para estas mesmas 4ª, 6ª e 8ª linhas. Em todas elas a conclusão é também V. Portanto, o argumento é válido.

Resumindo:
PREMISSAS VERDADEIRAS E CONCLUSÕES VERDADEIRAS = ARGUMENTO VÁLIDO.

EXEMPLO: Classifique o argumento abaixo em válido ou inválido

Premissas:
1 – Se Manuel vai ao mercado, então Cláudia vai ao cinema.
2 – Cláudia vai ao cinema ou Pedro vai ao porto.
3 – Beatriz vai ao boliche e Suelen vai ao shopping.
4 – Suelen não vai ao shopping ou Pedro não vai ao porto.
Conclusão: Manuel não vai ao mercado.

Resolução:
Vamos dar nomes às proposições simples.
m: Manuel vai ao mercado.
c: Cláudia vai ao cinema.
p: Pedro vai ao porto.
b: Beatriz vai ao boliche
s: Suelen vai ao shopping

Lembra quantas linhas teremos? X = 2^5 = 32 linhas.
Olha só que tabela grande:

					Prem 1	Prem2	Premissa 3	Premissa 4	Conclusão
M	C	P	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~ s ∨ ~ p	~m
V	V	V	V	V					
V	V	V	V	F					
V	V	V	F	V					
V	V	V	F	F					
V	V	F	V	V					
V	V	F	V	F					
V	V	F	F	V					

V	V	F	F	F					
V	F	V	V	V					
V	F	V	V	F					
V	F	V	F	V					
V	F	V	F	F					
V	F	F	V	V					
V	F	F	V	F					
V	F	F	F	V					
V	F	F	F	F					
F	V	V	V	V					
F	V	V	V	F					
F	V	V	F	V					
F	V	V	F	F					
F	V	F	V	V					
F	V	F	V	F					
F	V	F	F	V					
F	V	F	F	F					
F	F	V	V	V					
F	F	V	V	F					
F	F	V	F	V					
F	F	V	F	F					
F	F	F	V	V					
F	F	F	V	F					
F	F	F	F	V					
F	F	F	F	F					

E aí? Vai encarar esta tabela? Só se for para treinar, porque na prova você não deverá dispender tanto tempo assim. Só se tiver tempo de sobra e ainda não consegui responder por outra técnica.

A.2. Tabela Verdade com linhas excluídas

Uma possibilidade interessante, quando se usa a tabela-verdade é a possibilidade de eliminar as linhas que podem originar premissas falsas (já que elas devem ser sempre verdadeiras para o argumento poder ser válido e partimos sempre desta consideração). Mas dependendo do número de premissas, ainda assim seria trabalhosa.

Exemplo:

Classifique o argumento abaixo em válido ou inválido

Premissas:

1 – Se Manuel vai ao mercado, então Cláudia vai ao cinema.

2 – Cláudia vai ao cinema ou Pedro vai ao porto.

3 – Beatriz vai ao boliche e Suelen vai ao shopping.

4 – Suelen não vai ao shopping ou Pedro não vai ao porto. Conclusão: Manuel não vai ao mercado.

Já vimos a montagem da tabela-verdade vamos usá-la novamente o exemplo anterior. Portanto:

					Prem	**Prem**	**Prem**	**Prem**	**Conclusão**
M	**c**	**P**	**B**	**S**	**$m \rightarrow c$**	**$c \vee p$**	**$b \wedge s$**	**$\sim s \vee \sim p$**	**$\sim m$**
V	V	V	V	V			V		
V	V	V	V	F			**F**		
V	V	V	F	V			**F**		
V	V	V	F	F			**F**		
V	V	F	V	V			V		
V	V	F	V	F			**F**		
V	V	F	F	V			**F**		
V	V	F	F	F			**F**		

V	F	V	V	V			V		
V	F	V	V	F			**F**		
V	F	V	F	V			**F**		
V	F	V	F	F			**F**		
V	F	F	V	V			V		
V	F	F	V	F			**F**		
V	F	F	F	V			**F**		
V	F	F	F	F			**F**		
F	V	V	V	V			V		
F	V	V	V	F			**F**		
F	V	V	F	V			**F**		
F	V	V	F	F			**F**		
F	V	F	V	V			V		
F	V	F	V	F			**F**		
F	V	F	F	V			**F**		
F	V	F	F	F			**F**		
F	F	V	V	V			V		
F	F	V	V	F			**F**		
F	F	V	F	V			**F**		
F	F	V	F	F			**F**		
F	F	F	V	V			V		
F	F	F	V	F			**F**		
F	F	F	F	V			**F**		
F	F	F	F	F			**F**		

Vamos analisar a primeira premissa: trata-se de uma condicional. E só temos um caso em que ela será falsa. Isto não ajuda muito. Portanto, não perderemos tempo com ela. Analisaremos a terceira premissa, pois esta é uma conjunção:

- Beatriz vai ao boliche e Suelen vai ao shopping.

Acima temos um conectivo "e". Há um único caso em que a proposição composta com a conjunção é verdadeira: quando as duas parcelas são verdadeiras.

Logo, o único caso em que a proposição acima é verdadeira é quando Beatriz vai ao boliche e Suelen vai ao shopping. Portanto, para que a terceira premissa seja verdadeira, devemos ter, obrigatoriamente as seguintes condições:

Beatriz vai ao boliche e Suelen vai ao shopping (b e s devem ser verdadeiros).

Tal fato nos ajudará muito, pois, as linhas em que isto não ocorrer podem ser omitidas da tabela-verdade. Lembrando que a cada 4 linhas apenas UMA será verdadeira para a premissa. Logo, no caso em questão, das 32 linhas reduziremos as que tornam a premissa verdadeira para apenas 8 linhas. Vejam, na tabela acima que marquei em vermelho onde b e s em que pelo menos um deles é falso, tornando esta premissa falsa. Com isto o número de linhas já diminuiria muito e restariam as linhas abaixo.

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
M	C	p	B	S	$m \to c$	$c \vee p$	$b \wedge s$	$\sim s \vee \sim p$	$\sim m$
V	V	V	V	V					
V	V	F	V	V					
V	F	V	V	V					
V	F	F	V	V					
F	V	V	V	V					
F	V	F	V	V					
F	F	V	V	V					
F	F	F	V	V					

Vamos para a quarta premissa. Por que esta premissa agora? Porque temos informação sobre Suelen. Em nenhuma outra premissa temos informação sobre Beatriz. Portanto, é o que nos resta de caminho.

4 – Suelen não vai ao shopping ou Pedro não vai ao porto. É uma premissa. Como qualquer premissa, deve ser verdadeira. Temos uma disjunção. Para que seja verdadeiro, pelo menos uma das parcelas deve ser verdadeira. A primeira parcela nós já sabemos alguma coisa sobre ela. Vimos que Suelen vai ao shopping (s é verdadeiro). Mas na premissa Suelen não vai ao shopping torna esta parcela falsa. Analisaremos a segunda parte da proposição da premissa 4.

Nesta disjunção temos a ocorrência da negação de s (~s, que teria valor falso). Portanto, para que esta disjunção seja verdadeira, a segunda proposição obrigatoriamente deverá ser verdadeira. Mas veja: a segunda proposição sendo verdadeira corresponderá à negação de p sendo verdadeiro. Portanto p é falso (linhas a serem eliminadas). Com isto, descartaremos as linhas em que p é falso. Na tabela acima marcarei em vermelho as linhas em que p é falso. Nossa tabela-verdade ficará assim:

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
m	C	P	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~s∨~p	~m
V	V	V	V	V					
V	F	V	V	V					
F	V	V	V	V					
F	F	V	V	V					

Como temos também uma disjunção na segunda premissa, faremos a mesma análise, levando em consideração que em

2 – Cláudia vai ao cinema ou Pedro vai ao porto.

Sabemos que Pedro ir ao porto é falso é obrigatório que Claudia vai ao cinema seja verdadeiro.(c: deve ser verdadeiro.). Eliminaremos assim as linhas em que c tenha valor lógico Falso.

Na tabela acima marcarei em vermelho as linhas em que c é falso.

Nossa tabela-verdade fica reduzida a:

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
m	C	p	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~s∨~p	~m
V	V	V	V	V					
F	V	V	V	V					

Para finalizar, analisaremos a primeira premissa:

1 – Se Manuel vai ao mercado, então Cláudia vai ao cinema.

A segunda parcela deste condicional é verdadeira (Cláudia vai ao cinema). Com isso, automaticamente, o condicional será verdadeiro, independentemente do valor lógico da primeira parcela. Assim, não interessa o valor lógico de m. Qualquer que seja, a primeira premissa será verdadeira.

Deste modo, não conseguimos excluir mais linhas da nossa tabela-verdade. Ela ficará da forma como vimos acima.

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
m	C	p	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~s ∨~p	~m
V	V	V	V	V					
F	V	V	V	V					

Nos resta completar o que sobrou da tabela-verdade inicial.

Ora, nós fomos retirando todos os casos que tornavam as premissas falsas. Logo, nos casos restantes, todas as premissas são verdadeiras.

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
M	C	P	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~s∨~p	~m
V	V	F	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	F	V	V	V	V	V	

Assim, só montamos as linhas que interessam: só aquelas em que todas as premissas são verdadeiras. Nestas linhas, vamos analisar a conclusão.

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
m	C	P	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~s∨~p	~m
V	V	F	V	V	V	V	V	V	F
V	V	F	F	V	V	V	V	V	V

Agora buscaremos as linhas em que a conclusão também seja verdadeira. Caso tenhamos linha com premissas verdadeiras e a conclusão seja falsa o argumento não é valido. Vejam que existe um caso de premissas verdadeiras e conclusão falsa.

Resposta: argumento inválido.

Outra técnica possível, e eu arriscaria dizer que é a mais rápida e mais empregada para se resolver as questões, é a que eu, pessoalmente, denomino de:

2) TÉCNICA DA PREMISSA FÁCIL

Considerando as premissas verdadeiras e conclusão verdadeira.
Devemos "garimpar" entre as premissas dadas uma que seja fácil (geralmente proposição simples e a conjunção) e analisar os conectivos após atribuir um valor lógico devido à dica da premissa fácil
Este método, fácil e eficiente serve para resolver a maioria das questões cobradas pela ESAF (neste assunto) e também outras bancas.
Vou demonstrar a validade de um argumento empregando esta técnica fazendo DOIS exemplos. Vale lembrar que SEMPRE considerarei as premissas como verdadeiras. Daí, por meio das operações lógicas com os conectivos e com o valor lógico da PREMISSA FÁCIL, descobriremos o valor lógico da conclusão, que deverá resultar também em verdade, para que o argumento seja considerado válido.

Exemplo 01:
(p V q)

1º passo) Consideraremos as premissas como proposições verdadeiras, isto é:
1ª premissa o valor lógico de p v q é verdade
2ª premissa o valor lógico de ~p é verdade.

Buscaremos, agora, determinar o valor lógico das proposições simples p e q, com a finalidade de, após isso, obter o valor lógico da conclusão.
Observando a 2ª premissa, verificamos que esta é uma proposição simples (e, portanto verdadeira, segundo a técnica).
Conclusão:
2ª premissa: ~p é verdade
Como ~p é verdade, logo p é falso.

Usaremos esta informação para obter o valor lógico da proposição simples p, na proposição composta da premissa 1).
Observação:
Avaliando a 1ª premissa antes da segunda premissa não teríamos como obter de imediato o valor lógico de p, e nem de q, mesmo considerando a premissa como verdadeira
2º passo)
Análise da 1ª premissa:
p v q é verdade

Sabendo que p é falso, e que p v q é verdade, então o valor lógico de q, de acordo com a tabela-verdade do "ou" (uma das premissas deve ser verdadeira), é necessariamente verdade.
Portanto, até o momento concluímos que:
p é falso
q é verdade

3º passo) Agora vamos utilizar os valores lógicos obtidos para p e q a fim de encontrar o valor lógico da Conclusão. Como esta é formada apenas pela proposição simples q, então a conclusão tem o mesmo valor lógico de q, ou seja, verdade. Desta forma, o argumento é válido.

Exemplo 2:
Usarei o mesmo exemplo que verificamos na técnica A.
Classifique o argumento abaixo em válido ou inválido
Premissas:
1 – Se Manuel vai ao mercado, então Cláudia vai ao cinema.
2 – Cláudia vai ao cinema ou Pedro vai ao porto.
3 – Beatriz vai ao boliche e Suelen vai ao shopping.
4 – Suelen não vai ao shopping ou Pedro não vai ao porto.

Conclusão: Manuel não vai ao mercado.

Vamos considerar todas as premissas como verdadeiras e usar a informação da premissa fácil e com a análise dos conectivos, para ver se a conclusão dada é verdadeira e definirmos a validade do argumento.
Observa-se que ao final do texto existe uma informação dada por uma premissa simples, que é a conclusão (que pode ser V ou F). A premissa 3 que é a dica, pois, a única maneira da conjunção ser verdadeira é que ambas as parcelas sejam verdadeiras. Portanto, a premissa 3 nos permite concluir que:

3- Beatriz vai ao boliche (V) e Suelen vai ao Shopping (V).
Observe que a premissa que novamente traz Beatriz (não tem mais premissa) ou Suelen é a premissa 4, que está na forma de disjunção. Ora, a tabela-verdade da disjunção requer que uma das parcelas seja verdadeira e a outra seja falsa. Como sabemos que Suelen não vai ao shopping é falso, a outra parcela deve ser verdadeira. Portanto, concluímos que "Pedro não vai ao porto" é verdade. Portanto, "Pedro vai ao porto" é falso.

4 – Suelen não vai ao shopping (F) ou Pedro não vai ao porto. (V)

Observe que a premissa que novamente traz Pedro é a premissa 2, que está na forma de disjunção. Ora, a tabela-verdade da disjunção requer que uma das parcelas seja verdadeira e a outra seja falsa. Como sabemos que "Pedro vai ao porto" é falso, a outra parcela deve ser verdadeira. Portanto, concluímos que "Cláudia vai ao cinema" é verdade. Portanto,

(F) Cláudia vai ao cinema (V) ou Pedro vai ao porto (F).

Resta agora analisar a premissa 1:

1 – Se Manuel vai ao mercado, então Cláudia vai ao cinema (V).

Como sabemos que "Cláudia vai ao cinema" é verdade para a condicional ser verdadeira com a segunda parcela sendo verdade a primeira parcela tanto pode ser verdadeira como falsa.

Portanto, não podemos garantir a veracidade ou falsidade da primeira parcela. Logo, Manuel pode ou não ir ao mercado não tornará a premissa falsa. Então, teremos a seguinte situação na tabela verdade (já explorada anteriormente):

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
m	C	P	B	S	$m \rightarrow c$	$c \vee p$	$b \wedge s$	$\sim s \vee \sim p$	$\sim m$
V	V	F	V	V	V	V	V	V	F
V	V	F	F	V	V	V	V	V	V

Temos uma situação em que o argumento apresenta premissas verdadeiras e conclusão falsa. Isto torna o argumento inválido.

RESULTADO: argumento INVÁLIDO.

Veja que esta mesma questão fora anteriormente resolvida pela confecção da tabela-verdade (claro, obtendo-se mesmo resultado), porém, com muito mais trabalho para resolver.

3) Técnica da conclusão FALSA

Este método é parecido com o método anteriormente descrito, com a seguinte diferença: considerando a conclusão é falsa e fazer a verificação se conseguimos ter todas as premissas verdadeiras. Se a se concluirmos que é possível a existência dessa situação o argumento será inválido.

Ou seja, um argumento é válido se não ocorrer a situação em que as premissas são verdades e a conclusão é falsa.

Este método consiste em fazer uma avaliação "às avessas", pois, faremos a análise das premissas e verificar se conseguiremos ter todas as premissas sendo verdadeiras e a conclusão é falsa. Caso isto se verifique o argumento será inválido.

Professor, se a técnica é muito parecida com a anterior por que temos duas técnicas para usar? Caro aluno, às vezes temos casos em que a proposição em estudo pode admitir duas ou mais possibilidades, o que torna a análise mais complicada se consideramos a conclusão verdadeira. Mas, com a conclusão sendo falsa a tabela-verdade pode permitir uma única valoração, facilitando a análise.

PRESTE BEM A ATENÇÃO:

Nesta técnica começamos a análise pela conclusão.
Por que? Quando devemos usar esta técnica?
Esta técnica é indicada quando a conclusão só apresenta um caso de falso. Isso ocorre quando a conclusão é:
- uma proposição simples ou uma disjunção ou uma condicional

Vamos a um exemplo.

Exemplo 01:
Premissa 1: Se fizer sol então vou nadar ou jogar futebol
Premissa 2: Se eu nadar então não fez sol.
Premissa 3: Se chover então não vou jogar futebol
Conclusão: Se fizer sol então não chove.

Veja, que se considerarmos a conclusão como verdade teríamos três possibilidades para que isto aconteça. Porém, ao considerá-la falsa teremos uma única situação:

Antecedente Verdade e consequente falso.
Portanto, concluiríamos que:
Fez sol é verdade
Não Choveu é falso (logo, choveu é verdade).
Agora o que faremos?

Vamos trabalhar com estas duas conclusões das proposições da conclusão e verificar se teremos todas as premissas verdadeiras. Caso isto ocorra, teremos um argumento INVÁLIDO. Para que o argumento seja válido deveremos ter uma incompatibilidade, uma incongruência nas premissas.

Então, vamos à análise:
Inicialmente esquematizaremos as premissas e a conclusão com os valores lógicos atribuídos a eles:
Verdade para a Premissa 1: Se fizer sol então vou nadar ou jogar futebol
Verdade para a Premissa 2: Se eu nadar então não fez sol.
Verdade para a Premissa 3: Se chover então não vou jogar futebol

Conclusão: Se fizer sol então não chove. (F) (a condicional é falsa e não as duas premissas simples)

Depois devemos procurar nas premissas onde teríamos as proposições “Chover” e “fez sol” e substituir pelos valores lógicos atribuídos na conclusão

Veja que temos nas premissas 1 e 2 a condicional com a parcela referente ao sol e na premissa e 3 a parcela referente a chuva (chover).

Vamos, então, adicionar os valores lógicos e depois concluirmos o que for possível:

Premissa 1: Se fizer sol (V) então vou nadar ou jogar futebol

Premissa 2: Se eu nadar então não fez sol.(F).

Premissa 3: Se chover(V). então não vou jogar futebol

Vamos à análise das premissas individualmente, no que for possível:

Premissa 1: a parcela ‘vou nadar ou jogar futebol” deve ser verdade, pois corresponde à segunda parte da condicional. E isto ocorre quando uma das parcelas da disjunção seja verdadeira. Portanto, não podemos ainda concluir mais nada sobre esta parcela

Premissa 2: Se eu nadar então não fez sol (F).

Podemos concluir que nadar é falso, pois, se fosse verdade a condicional toda seria falsa (e a premissa também).

Portanto: nadar é falso

Premissa 3: Se chover(V) então não vou jogar futebol

Como a primeira parcela da condicional é verdade, a segunda parcela deverá ser verdade para que a condicional (e a premissa) seja verdade.

Conclusão: não vou jogar futebol é verdade. Logo, jogar futebol é falso.

Agora já sabemos que jogar futebol é falso e que nadar é falso podermos substituir na premissa 1, que ficaria assim:

Premissa 1: Se fizer sol (V)então vou nadar (F) ou jogar futebol (F).

Tivemos aqui um problema: Não conseguimos chegar a todas as premissas como sendo verdadeiras. Veja:

Premissa 1: Se fizer sol (V)então vou nadar (F) ou jogar futebol (F). RESULTADO: PREMISSA FALSA!!!!!

Usando a tabela-verdade da disjunção a proposição ficaria falsa.

Transformando a premissa 1 em linguagem simbólica teríamos: V → F V F, e isto resulta em um valor lógico Falso, tanto para a disjunção (segunda parcela da condicional) como para a premissa.

A premissa A → (B v C) deveria ser verdade!!!

Esta contradição nos valores lógicos ocorreu porque não foi possível, chegar a todas as premissas verdadeiras, chegarmos a uma conclusão falsa. Daí, concluímos que nosso argumento é válido.

Em outras: para que o argumento fosse dito inválido, teríamos que conseguir chegar a todas as premissas verdadeiras. Porém, a primeira premissa foi avaliada como falsa. Concluímos que o argumento é válido!

EM RESUMO: se conseguirmos obter todas as premissas como verdadeiras, a partir de valor lógico falso para a conclusão teríamos argumento inválido (pois argumento válido deve ter premissas e conclusão verdadeiras).

Veja o segundo exemplo da técnica anterior. Constatamos que o argumento era inválido. Tente, como treino, aplicar esta técnica e você verá que será possível tornar todas as premissas verdadeiras, partindo da conclusão tomada como falsa.

RESUMO DAS TÉCNICAS E QUANDO USÁ-LAS

	Deve ser usada quando...	O argumento é válido quando...
Método da Construção da Tabela-Verdade do argumento	em qualquer caso, mas preferencialmente quando o argumento tiver no máximo duas proposições simples (SILOGISMO).	nas linhas da tabela em que os valores lógicos das premissas têm valor V, os valores lógicos relativos a coluna da conclusão forem também V.
Método da Premissa Fácil Considerar as premissas verdadeiras e o valor lógico da conclusão verdadeiro	Método a acima não puder ser empregado, e houver uma premissa fácil (que seja uma proposição simples; ou que esteja na forma de uma conjunção)	o valor encontrado para a conclusão é obrigatoriamente verdadeiro.
Método da conclusão falsa Considerar a Conclusão como Falsa e verificar se as premissas podem ser verdadeiras	for inviável a aplicação dos métodos anteriores. Também é recomendável que a conclusão seja uma proposição simples ou uma disjunção ou uma condicional.	não for possível a existência simultânea de conclusão falsa e premissas verdadeiras.

Há, ainda, a possibilidade da “Técnica do Chute”

Quando não tivermos uma proposição simples para utilizar como ponto de partida na análise do argumento, podemos fazer o seguinte. Damos um “chute”.

Escolhemos uma das premissas e chutamos alguma coisa. Em seguida, verificamos se este chute nos leva a algum absurdo ou não.

Cuidado: é importante saber que essa técnica pode levar a erros. Caso o argumento lógico apresente mais de uma linha da tabela-verdade em que todas as premissas são verdadeiras, a técnica do chute pode nos levar a uma resposta errada.

Você poderia se lembrar desta situação, que já estudamos anteriormente, em que temos um argumento inválido:

					Prem	Prem	Prem	Prem	Conclusão
M	C	P	B	S	m → c	c ∨ p	b ∧ s	~s∨~p	~m
V	V	F	V	V	V	**V**	**V**	**V**	**F**
V	V	F	F	V	V	V	V	V	V

Existem outras técnicas que não abordarei aqui. Para os que desejam uma boa ideia de como responder a maioria das questões estas técnicas seriam o suficiente. Não vejo porque "complicar" mais o assunto, que, a meu ver, é o mais penoso para o candidato.

Questões

01. (PC/SP - Delegado de Polícia - VUNESP/2014) O silogismo é a forma lógica proposta pelo filósofo grego Aristóteles (384 a 322 a.C.) como instrumento para a produção de conhecimento consistente. O silogismo é tradicionalmente constituído por
(A) duas premissas, dois termos médios e uma conclusão que se segue delas.
(B) uma premissa maior e uma conclusão que decorre logicamente da premissa.
(C) uma premissa maior, uma menor e uma conclusão que se segue das premissas.
(D) três premissas, um termo maior e um menor que as conecta logicamente.
(E) uma premissa, um termo médio e uma conclusão que decorre da premissa.

02. (TJ/SE – Técnico Judiciário Área Administrativa Especialidade Programação de Sistemas – CESPE UNB/2014) Julgue os próximos itens, considerando os conectivos lógicos usuais ¬, ∧, ∨, →, ↔ e que P, Q e R representam proposições lógicas simples.
A proposição [(¬P)vQ↔]{¬[P∧(¬Q)]} é uma tautologia.
(Certo) (Errado)

03. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014) Os silogismos são formas lógicas compostas por premissas e uma conclusão que se segue delas. Um exemplo de silogismo válido é:
(A) Curitiba é capital de Estado. São Paulo é capital de Estado. Belém é capital de Estado.
(B) Alguns gatos não têm pelo. Todos os gatos são mamíferos. Alguns mamíferos não têm pelo.
(C) Todas as aves têm pernas. Os Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos mamíferos têm pernas. Logo, todas as mesas têm pernas.
(D) Antes de ontem choveu. Ontem também choveu. Logo, amanhã certamente choverá.
(E) Todas as plantas são verdes. Todas as árvores são plantas. Todas as árvores são mortais.
Vamos analisar as alternativas e verificar onde estão os erros.

04. (MTur – Contador - ESAF/2014) Assinale qual das proposições das opções a seguir é uma tautologia.
(A) p v q → q
(B) p ∧ q → q
(C) p ∧ q ↔ q
(D) (p ∧ q) v q
(E) p v q ↔ q

05. (PC/PI - Escrivão de Polícia Civil - UESPI/2014) Um enunciado é uma tautologia quando não puder ser falso, um exemplo é:
(A) Está fazendo sol e não está fazendo sol.
(B) Está fazendo sol.
(C) Se está fazendo sol, então não está fazendo sol.
(D) não está fazendo sol.
(E) Está fazendo sol ou não está fazendo sol.

06. (CGE/MA – Auditor - FGV/2014) Analise as premissas a seguir.
• Se o bolo é de laranja, então o refresco é de limão.
• Se o refresco não é de limão, então o sanduíche é de queijo.
• O sanduíche não é de queijo.
Logo, é correto concluir que:
(A) o bolo é de laranja.
(B) o refresco é de limão.
(C) o bolo não é de laranja.
(D) o refresco não é de limão.
(E) o bolo é de laranja e o refresco é de limão.

07. (MDIC – Analista Técnico Administração - CESPEUnB/2014) P1: Os clientes europeus de bancos suíços estão regularizando sua situação com o fisco de seus países.
P2: Se os clientes brasileiros de bancos suíços não fazem o mesmo que os clientes europeus, é porque o governo do Brasil não tem um programa que os incite a isso.
Considerando que as proposições P1 e P2 apresentadas acima sejam premissas de um argumento, julgue o item a seguir, relativo à lógica de argumentação.
O argumento formado pelas premissas P1 e P2 e pela conclusão "Os clientes brasileiros de bancos suíços não estão regularizando sua situação com o fisco de seu país." é um argumento válido.

(certo) (errado)

08. (PRODEST/ES - Assistente de Tecnologia da Informação - VUNESP/2014) Se Cássia é tia, então Alberto não é tio. Se Cláudio é tio, então Wiliam é pai. Verifica-se que Alberto e Cláudio são tios. Conclui-se, de forma correta, que

(A) Wiliam não é pai e Cássia é tia.
(B) se Wiliam é pai, então Cássia é tia.
(C) se Cássia não é tia, então Wiliam não é pai.
(D) Cássia é tia e Wiliam é pai.
(E) Cássia não é tia e Wiliam é pai.

09. (DESENVOLVE/SP - Contador - VUNESP/2014) Se eu falo, então tu te calas. Se não te calas, então ela acorda. Se ela acorda, então eu embalo.

Eu não embalo e não grito.

A partir dessas informações, pode-se concluir corretamente que

(A) eu falo e tu te calas.
(B) eu falo ou eu grito.
(C) tu não te calas e ela não acorda.
(D) ela não acorda e tu te calas.
(E) ela acorda e eu embalo.

10. (PRODEST/ES - Analista Organizacional - Ciências Jurídicas - VUNESP/2014) Se é quarta-feira, treino tênis por duas horas exatamente. Se treino tênis por duas horas exatamente, então lancho no clube. Após treinar tênis, ou jogo bola ou lancho no clube. Após o último treino de tênis, joguei bola, o que permite concluir que:

(A) era fim de semana.
(B) não era quarta-feira.
(C) lanchei no clube.
(D) treinei por menos de duas horas.
(E) treinei tênis por duas horas exatamente.

11. (DESENVOLVE/SP - Contador - VUNESP/2014) Considere as afirmações:

I. A camisa é azul ou a gravata é branca.
II. Ou o sapato é marrom ou a camisa é azul.
III. O paletó é cinza ou a calça é preta.
IV. A calça é preta ou a gravata é branca.

Em relação a essas afirmações, sabe-se que é falsa apenas a afirmação IV. Desse modo, é possível concluir corretamente que

(A) a camisa é azul e a calça é preta.
(B) a calça é preta ou o sapato é marrom.
(C) o sapato é marrom ou a gravata é branca.
(D) a calça é preta e o paletó é cinza.
(E) a camisa é azul ou o paletó é cinza.

12. (FUNDUNESP - Analista de Tecnologia da Informação - Redes - VUNESP/2014) Se Wilma é analista, então Gustavo não é aviador. Se Oswaldo é aviador, então Sidney é contador. Verifica-se que Gustavo e Oswaldo são aviadores. Conclui-se, de forma correta, que

(A) Wilma é analista e Sidney é contador.
(B) Wilma é analista se, e somente se, Sidney é contador.
(C) Wilma não é analista e Sidney não é contador.
(D) Wilma não é analista se, e somente se, Sidney não é contador.
(E) Wilma não é analista e Sidney é contador.

Respostas

01. Resposta: C.

A estrutura de um silogismo segue a composição da alternativa C: uma premissa maior, uma menor e uma conclusão que se segue obrigatoriamente das premissas apresentadas.

02. Resposta: CERTO.

Podemos deduzir tais informações ou fazer a tabela verdade. Vamos fazer a tabela para treinar um pouco. Além do que, acho que é mais fácil analisar, neste caso, pela tabela verdade.

P	Q	~P	~Q	[(¬P) vQ	[P∧(¬Q)]	¬[P∧(¬Q)]	[(¬P)vQ↔] {¬[P∧(¬Q)]}
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V

Somente valores verdadeiros na coluna da bicondicional proposta. Logo, é uma tautologia.

03. Resposta: B.

(A) Curitiba é capital de Estado. São Paulo é capital de Estado. Belém é capital de Estado.(Temos 3 premissas e ocorre falta da conclusão)

(B) Alguns gatos não têm pelo. Todos os gatos são mamíferos. Alguns mamíferos não têm pelo. (correto. Temos duas premissas e uma conclusão decorrente delas).

(C) Todas as aves têm pernas. Os mamíferos têm pernas. Logo, todas as mesas têm pernas. (não existe uma relação da conclusão com as premissas. Mesas foi relacionada em qual premissa? Nenhuma. Não decorre das premissas esta conclusão).

(D) Antes de ontem choveu. Ontem também choveu. Logo, amanhã certamente choverá. (não existe uma relação da conclusão com as premissas. A conclusão não decorre das premissas).

(E) Todas as plantas são verdes. Todas as árvores são plantas. Todas as árvores são mortais. (não existe uma relação da conclusão com as premissas. Mortais foi relacionada em qual premissa? Nenhuma. Não decorre das premissas esta conclusão).

04. Resposta: B.

Analisemos algumas coisas sobre tautologia e as alternativas. Lembre-se que a condicional será falsa em uma única situação: primeira parcela verdadeira e segunda falsa. Vamos analisar as alternativas:

(A) p v q → q

p v q formam uma disjunção. Se ambas forem verdadeiras, então, teremos valor verdadeiro. Porém, se uma delas for falsa, a primeira parcela será ainda verdadeira mas, se q for falso a condicional será falsa. Logo, nem sempre será uma tautologia.

(B) p ∧ q → q

Aqui temos uma conjunção na parcela inicial da condicional. Ambas as parcelas devem ser verdadeiras para que a conjunção seja verdadeira. Logo, p e q verdadeiros levam a esta situação:

V → V. Nesta situação a condicional será sempre verdadeira. Ou seja, será uma tautologia.

05. Resposta: E.

Típico caso de tautologia. Quaisquer que sejam os valores lógicos sempre teremos uma situação de verdade.

Vamos passar para a linguagem lógica

Alternativa A:

p e ~p: Se temos uma conjunção. Basta que uma das parcelas seja falsapara que esta seja falsa. Portanto, nem sempre será tautologia.

B e D: não é uma implicação. Apenas uma simples proposição.

C: existe a possibilidade de não ser uma tautologia. Vejamos: “Se está fazendo sol, então não está fazendo sol”.

Tabela verdade:

p está fazendo sol	~p: não está fazendo sol	p → ~p
V	F	F
F	V	V

Veja que a tabela verdade da condicional depende dos valores lógicos das premissas. Logo, não é uma tautologia.

Se temos uma disjunção basta que uma das parcelas seja verdadeira para que esta seja verdadeira.

Então, se p é falso, ~p é verdadeiro. Ou vice-versa.

(E) Está fazendo sol ou não está fazendo sol.

06. Resposta: B.

Para que um argumento seja válido devemos ter as premissas sempre sendo verdadeiras. Se tivermos premissas verdadeiras e conclusão verdadeira o argumento será válido.

Vamos analisar as premissas e desenvolvermos nosso raciocínio de acordo com o fundamento anteriormente citado:

• Se o bolo é de laranja, então o refresco é de limão.
• Se o refresco não é de limão, então o sanduíche é de queijo.
• O sanduíche não é de queijo (V)

Agora, transferiremos os valores lógicos obtidos para as premissas, considerando-as todas verdadeiras:

• Se o refresco não é de limão, então o sanduíche é de queijo.
(?) (F)

Uma condicional será falsa apenas quando a primeira parcela for Verdadeira e a segunda Falsa. Logo, neste caso, a primeira parcela deve ser Falsa.

• Se o refresco não é de limão, então o sanduíche é de queijo.
(F) (F)

Conclusão: o refresco é de limão.

Se o bolo é de laranja, então o refresco é de limão.
(?) (V)

Alternativa A: (A) o bolo é de laranja.

Para a condicional a primeira parcela pode ser verdadeira ou falsa e a condicional será verdadeira, pois, a segunda parcela é verdadeira. O bolo pode ou não ser de laranja. Logo, não é possível afirmar esta conclusão. (ERRADA).

Vamos testar a alternativa B: o refresco é de limão.

Já havíamos chegado a esta verdade anteriormente. Logo, conclusão correta.

07. Resposta: ERRADO.

Para que um argumento seja válido devemos ter as premissas sempre sendo verdadeiras. Se tivermos premissas verdadeiras e conclusão verdadeira o argumento será válido.

Vamos analisar as premissas e desenvolvermos nosso raciocínio de acordo com o fundamento anteriormente citado:

P1: Os clientes europeus de bancos suíços estão regularizando sua situação com o fisco de seus países.(V)

P2: Se os clientes brasileiros de bancos suíços não fazem o mesmo que os clientes europeus, é porque o governo do Brasil não tem um programa que os incite a isso.

conclusão "Os clientes brasileiros de bancos suíços não estão regularizando sua situação com o fisco de seu país." (V)

Vamos transferir este valor lógico da conclusão e ver se a P2 poderá ser verdadeira:

P2: Se os clientes brasileiros de bancos suíços não fazem o mesmo que os clientes europeus (V), é porque o governo do Brasil não tem um programa que os incite a isso.

Resposta: Errado.

08. Resposta: E.

A questão pede a conclusão correta em função das premissas que sempre consideramos verdadeiras. Então, vamos organizar as premissas:

I) Se Cássia é tia, então Alberto não é tio.
II) Se Cláudio é tio, então Wiliam é pai.
III) Verifica-se que Alberto e Cláudio são tios

Temos duas premissas condicionais e uma premissa na forma de conjunção. E isto é muito bom, porque as duas parcelas da conjunção devem ser verdadeiras para que esta seja verdadeira.

Vamos atribuir valores lógicos ás proposições e premissas e determinar a conclusão correta:

III) Verifica-se que Alberto e Cláudio são tios.
Verdades: Alberto é tio e Claudio é tio.

II) Se Cláudio é tio, então Wiliam é pai.
(V) (?)

Para que a condicional seja verdadeira a segunda parcela deverá ser verdadeira. Então, Wilian é pai

I) Se Cássia é tia, então Alberto não é tio.
(?) (F)

Para que a condicional seja verdadeira a primeira parcela deverá ser falsa.

Concluimos que Cassia não é tia.

Cuidado ao analisar as alternativas. Elas devem ser analisadas levando em conta os conectivos. A resposta correta é a E.

09. Resposta: D.

A questão pede a conclusão correta em função das premissas que sempre consideramos verdadeiras. Então, vamos organizar as premissas:

I) Se eu falo, então tu te calas.
II) Se não te calas, então ela acorda.
III) Se ela acorda, então eu embalo.
IV) Eu não embalo e não grito.

Temos tres premissas condicionais e uma premissa na forma de conjunção. E isto é muito bom, porque as duas parcelas da conjunção devem ser verdadeiras para que esta seja verdadeira.

Vamos atribuir valores lógicos ás proposições e premissas e determinar a conclusão correta:

IV) Eu não embalo e não grito.
Verdades:
não embalo.(V)
Não grito. (V)

III) Se ela acorda, então eu embalo.
(?) (F)

Para que a condicional seja verdadeira a primeira parcela deverá ser falsa. "ela acorda" é falso.

Então, ela não acorda. (V).

II) Se não te calas, então ela acorda.
(?) (F)

Para que a condicional seja verdadeira a primeira parcela deverá ser falsa. "Não te calas" é falso.

Concluimos que te calas.(V).

I) Se eu falo, então tu te calas.
(?) (V)

Portanto a primeira parcela pode ser verdadeira ou falsa.

Cuidado ao analisar as alternativas. Elas devem ser analisadas levando em conta os conectivos. A resposta correta é a D

10. Resposta: B.

A questão pede a conclusão correta em função das premissas que sempre consideramos verdadeiras. Então, vamos organizar as premissas:

I) Se é quarta-feira, treino tênis por duas horas exatamente.

II) Se treino tênis por duas horas exatamente, então lancho no clube.

III) Após treinar tênis, ou jogo bola ou lancho no clube.

IV) Após o último treino de tênis, joguei bola,

Temos duas premissas condicionais, uma disjunção exclusiva e uma premissa simples. E isto é muito bom, porque já temos o valor lógico de uma das premissas.

Vamos atribuir valores lógicos ás proposições e premissas e determinar a conclusão correta:

IV) Após o último treino de tênis, joguei bola. (V).

III) ou jogo bola ou lancho no clube.
(V) (?)

Para que a bicondicional seja verdadeira apenas uma das parcelas deverá ser verdadeira. Como a primeira parcela já é verdadeira a segunda parcela deverá ser falsa. Então, lancho no clube é falso. Logo, não lancho no clube.

II) Se treino tênis por duas horas exatamente, então lancho no clube.
(?) (F)

Para que a condicional seja verdadeira a primeira parcela deverá ser falsa.

Concluímos que não treino tênis por 2 horas exatamente.

I) Se é quarta-feira, treino tênis por duas horas exatamente.
(?) (F)

Para que a condicional seja verdadeira a primeira parcela deverá ser falsa.

Concluímos que não é quarta.

11. Resposta: E.

A questão pede a conclusão correta em função das premissas dadas, sendo que a IV é falsa e as demais são verdadeiras. Então, vamos organizar as premissas:

I. A camisa é azul ou a gravata é branca.

II. Ou o sapato é marrom ou a camisa é azul.

III. O paletó é cinza ou a calça é preta.

IV. A calça é preta ou a gravata é branca.

Temos uma premissa falsa na forma de disjunção. E isto é muito bom, porque as duas parcelas da disjunção devem ser falsas para que esta seja falsa.

Vamos atribuir valores lógicos ás proposições e premissas e determinar a conclusão correta:

IV. A calça é preta ou a gravata é branca.
(F) (F)

Verdades:

A calça não é preta

A gravata não é branca

III. O paletó é cinza ou a calça é preta.
(?) (F)

Para que a disjunção seja verdadeira a primeira parcela deverá ser verdadeira, pois, na disjunção uma das parcelas deve ser verdadeira ou ambas. Então, o paletó é cinza.

I. A camisa é azul ou a gravata é branca.
(?) (F)

Para que a disjunção seja verdadeira a primeira parcela deverá ser verdadeira, pois, na disjunção uma das parcelas deve ser verdadeira ou ambas. Então, a camisa é azul

II. Ou o sapato é marrom ou a camisa é azul.
(?) (V)

Portanto a primeira parcela precisa ser falsa, pois, na disjunção exclusiva apenas uma das parcelas pode ser verdadeira pra que ela seja verdadeira. Então, o sapato não é marrom.

Cuidado ao analisar as alternativas. Elas devem ser analisadas levando em conta os conectivos. A resposta correta é a E.

Resposta: E.

12. Resposta: E.

Vamos organizar as informações:

Se Wilma é analista, então Gustavo não é aviador.

Se Oswaldo é aviador, então Sidney é contador.

Verifica-se que Gustavo e Oswaldo são aviadores

Considerado que Gustavo e Oswaldo são aviadores, vamos substituir seus devidos valores lógicos nas condicionais seguintes:

-Se Wilma é analista, então Gustavo não é aviador (F).

-Se Oswaldo é aviador (V), então Sidney é contador.

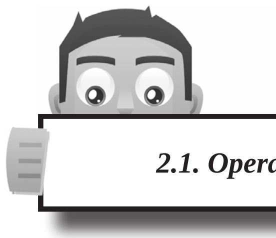
Numa condicional a única situação em que ela é falsa é se tivermos a primeira parcela verdadeira e a segunda parcela falsa. Como queremos que as afirmativas sejam verdadeiras não pode ocorrer a situação de falsidade. Logo, vamos analisar os demais valores lógicos das condicionais:

-Se Wilma é analista, então Gustavo não é aviador (F).

O valor lógico da primeira parcela deve ser falsa. Concluímos que “Se Wilma é analista” é Falso. Então, Wilma NÃO é analista.

-Se Oswaldo é aviador (V), então Sidney é contador.

Para a afirmativa ser verdadeira a segunda parcela deve ser verdadeira. Então, Sidney é contador.



2.1. Operações com Conjuntos

CONJUNTOS

Conjunto é uma reunião, agrupamento de pessoas, seres, objetos, classes…, que possuem a mesma característica, nos dá ideia de coleção.

Noções Primitivas

Na teoria dos conjuntos três noções são aceitas sem definições:

- Conjunto;
- Elemento;
- E a pertinência entre um elemento e um conjunto.

Um cacho de bananas, um cardume de peixes ou uma porção de livros são todos exemplos de conjuntos.

Conjuntos, como usualmente são concebidos, têm elementos. Um elemento de um conjunto pode ser uma banana, um peixe ou um livro. Convém frisar que um conjunto pode ele mesmo ser elemento de algum outro conjunto.

Em geral indicaremos os conjuntos pelas letras maiúsculas A, B, C, ..., X, e os elementos pelas letras minúsculas a, b, c, ..., x, y, ..., embora não exista essa obrigatoriedade.

A relação de pertinência que nos dá um relacionamento entre um elemento e um conjunto.

Se x é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \in A$.

Lê-se: x é elemento de A ou x pertence a A.

Se x não é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \notin A$.

Lê-se x não é elemento de A ou x não pertence a A.

Como representar um conjunto

1) Pela designação de seus elementos:

Escrevemos os elementos entre chaves, separando os por vírgula.

Exemplos:

{a, e, i, o, u} indica o conjunto formado pelas vogais

{1, 2, 5,10} indica o conjunto formado pelos divisores naturais de 10.

2) Pela sua característica

Escrevemos o conjunto enunciando uma propriedade ou característica comum de seus elementos. Assim sendo, o conjunto dos elementos x que possuem a propriedade P é indicado por:

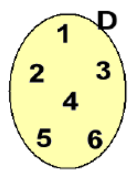
{x, | (tal que) x tem a propriedade P}

Exemplos:

- {x| x é vogal} é o mesmo que {a, e, i, o, u}
- {x | x são os divisores naturais de 10} é o mesmo que {1, 2, 5,10}

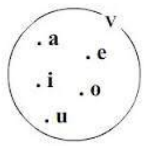
3) Pelo diagrama de Venn-Euler

Os elementos do conjunto são colocados dentro de uma figura em forma de elipse, chamada diagrama de Venn.

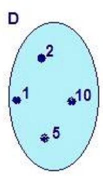


Exemplos:

- Conjunto das vogais



- Conjunto dos divisores naturais de 10



Igualdade de Conjuntos

Dois conjuntos A = B são ditos iguais (ou idênticos) se todos os seus elementos são iguais, e escrevemos A = B. Caso haja algum que não o seja dizemos que estes conjuntos são distintos e escrevemos $A \neq B$.

Exemplos:

1) A = {3, 5, 7} e B = {x| x é primo e $3 \leq x \leq 7$}, então A = B.

2) B = {6, 9,10} e C = {10, 6, 9}, então B = C, note que a ordem dos elementos não altera a igualdade dos conjuntos.

Tipos de Conjuntos

- Conjunto Universo

Reunião de todos os conjuntos que estamos trabalhando.

Exemplo:

Quando falamos de números naturais, temos como Conjunto Universo os números inteiros positivos.

- Conjunto Vazio

Conjunto vazio é aquele que não possui elementos. Representa-se por $\emptyset$ ou, simplesmente { }.

Exemplo:

A = {x| x é natural e menor que 0}

- Conjunto Unitário

Conjunto caracterizado por possuir apenas um único elemento.

Exemplos:

- Conjunto dos números naturais compreendidos entre 2 e 4. A = {3}
- Conjunto dos números inteiros negativos compreendidos entre -5 e -7. B = {- 6}

- Conjuntos Finitos e Infinitos

Finito = quando podemos enumerar todos os seus elementos. **Exemplo:** Conjuntos dos Estados da Região Sudeste, S= {Rio de Janeiro, São Paulo, Espirito Santo, Minas Gerais}

Infinito = contrário do finito. **Exemplo:** Conjunto dos números inteiros, Z = {..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}. A reticências representa o infinito.

Relação de Pertinência

A pertinência é representada pelo símbolo (pertence) ou $\notin$(não pertence). Ele relaciona elemento com conjunto.

Exemplo:

Seja o conjunto B={1, 3, 5, 7}

* $1 \in B$, $3 \in B$, $5 \in B$

* $2 \notin B$, $6 \notin B$, $9 \notin B$

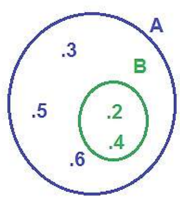
Subconjuntos

Quando todos os elementos de um conjunto A são também elementos de um outro conjunto B, dizemos que A é subconjunto de B.

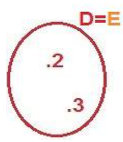
Podemos dizer ainda que subconjunto é quando formamos vários conjuntos menores com as mesmas caraterísticas de um conjunto maior.

Exemplos:

- B = {2, 4} $\subset$ A = {2, 3, 4, 5, 6}, pois $2 \in$ {2, 3, 4, 5, 6} e $4 \in$ {2, 3, 4, 5 ,6}



- C = {2, 7, 4} $\not\subset$ A = {2, 3, 4, 5, 6}, pois $7 \notin$ {2, 3, 4, 5, 6}
- D = {2, 3} $\subset$ E = {2, 3}, pois $2 \in$ {2, 3} e $3 \in$ {2, 3}



1) **Todo conjunto A é subconjunto dele próprio**;
2) O **conjunto vazio**, por convenção, é **subconjunto de qualquer conjunto**;
3) O conjunto das partes é o conjunto formado por todos os subconjuntos de A.
Exemplo: Pegando o conjunto B acima, temos as partes de B:
B= {{ },{2},{4},B}
Podemos concluir com essa propriedade que: Se B tem *n* elementos então *B* possui 2^n subconjuntos e, portanto, P(B) possui 2^n elementos.
Se quiséssemos saber quantos subconjuntos tem o conjunto A (exemplo acima), basta calcularmos aplicando o fórmula:
Números de elementos(n)= 5 ➔ $2^n = 2^5 = 32$ subconjuntos, incluindo o vazio e ele próprio.

Relação de inclusão

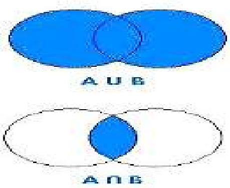
Deve ser usada para estabelecer relação entre conjuntos com conjuntos, verificando se um conjunto é subconjunto ou não de outro conjunto.

Representamos as relações de inclusão pelos seguintes símbolos:

$\subset \rightarrow$ Está contido	$\supset \rightarrow$ Contém
$\not\subset \rightarrow$ Não está contido	$\not\supset \rightarrow$ Não contém

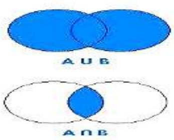
Operações com Conjuntos

- União de conjuntos
A união (ou reunião) dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Representa-se por $A \cup B$.
Simbolicamente: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$



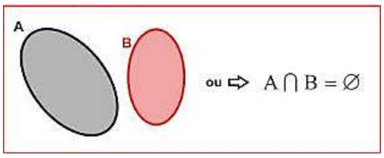
Exemplos:
- $\{2, 3\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$
- $\{2, 3\} \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- $\{a, b\} \cup \phi = \{a, b\}$

- Intersecção de conjuntos
A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem, simultaneamente, a A e a B. Representa-se por $A \cap B$. Simbolicamente: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$



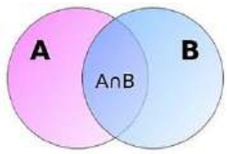
Exemplos:
- $\{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{3\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 3\}$
- $\{2, 3\} \cap \{1, 2, 3, 5\} = \{2, 3\}$
- $\{2, 4\} \cap \{3, 5, 7\} = \phi$

Observação: Se $A \cap B = \phi$, dizemos que A e B são **conjuntos disjuntos**.



- Propriedades dos conjuntos disjuntos
1) $A \cup (A \cap B) = A$
2) $A \cap (A \cup B) = A$
3) Distributiva da reunião em relação à intersecção: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4) Distributiva da intersecção em relação à união: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- Número de Elementos da União e da Intersecção de Conjuntos
Dados dois conjuntos A e B, como vemos na figura abaixo, podemos estabelecer uma relação entre os respectivos números de elementos.

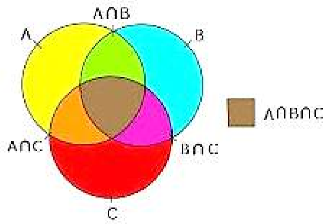


$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Note que ao subtrairmos os elementos comuns ($n(A \cap B)$) evitamos que eles sejam contados duas vezes.

Observações:
a) Se os conjuntos A e B forem disjuntos ou se mesmo um deles estiver contido no outro, ainda assim a relação dada será verdadeira.
b) Podemos ampliar a relação do número de elementos para três ou mais conjuntos com a mesma eficiência.

Observe o diagrama e comprove:



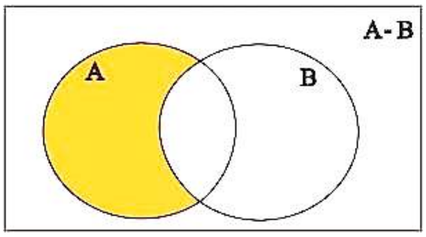
$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

- Propriedades da União e Intersecção de Conjuntos
Sendo A, B e C conjuntos quaisquer, valem as seguintes propriedades:
1) Idempotente: $A \cup A = A$ e $A \cap A = A$
2) Elemento Neutro: $A \cup \varnothing = A$ e $A \cap U = A$
3) Comutativa: $A \cup B = B \cup A$ e $A \cap B = B \cap A$
4) Associativa: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ e $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

- Diferença

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B. Representa-se por A – B. Para determinar a diferença entre conjuntos, basta observamos o que o conjunto A tem de diferente de B.

Simbolicamente: A – B = {x | x $\in$ A e x $\notin$ B}



Exemplos:

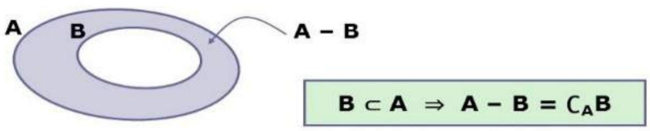
- A = {0, 1, 2, 3} e B = {0, 2} ➔ A – B = {1, 3} e B – A = ϕ
- A = {1, 2, 3} e B = {2, 3, 4} ➔ A – B = {1} e B – A = {4}
- A = {0, 2, 4} e B = {1 ,3 ,5} ➔ A – B = {0, 2, 4} e B – A = {1, 3, 5}

Note que A-B≠B-A

- Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que B $\subset$ A (**B é subconjunto de A**), chama-se complementar de B em relação a A o conjunto A - B, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

Dizemos complementar de B em relação a A.



Exemplos:

Seja S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Então:

a) A = {2, 3, 4} $\Rightarrow \overline{A}$ = {0, 1, 5, 6}

b) B = {3, 4, 5, 6 } $\Rightarrow \overline{B}$= {0, 1, 2}

c) C = $\phi \Rightarrow \overline{C}$ = S

Resolução de Problemas Utilizando Conjuntos

Muitos dos problemas constituem- se de perguntas, tarefas a serem executadas. Nos utilizaremos dessas informações e dos conhecimentos aprendidos em relação as operações de conjuntos para resolvê-los.

Exemplos:

1) Numa pesquisa sobre a preferência por dois partidos políticos, A e B, obteve-se os seguintes resultados. Noventa e duas disseram que gostam do partido A, oitenta pessoas disseram que gostam do partido B e trinta e cinco pessoas disseram que gostam dos dois partidos. Quantas pessoas responderam a pesquisa?

Resolução pela Fórmula

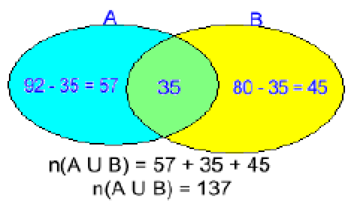
» n(A U B) = n(A) + n(B) – n(A ∩ B)

» n(A U B) = 92 + 80 – 35

» n(A U B) = 137

Resolução pelo diagrama:

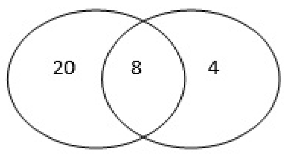
- Se 92 pessoas responderam gostar do partido A e 35 delas responderam que gostam de ambos, então o número de pessoas que gostam somente do partido A é: 92 – 35 = 57.
- Se 80 pessoas responderam gostar do partido B e 35 delas responderam gostar dos dois partidos, então o número de operários que gostam somente do partido B é: 92 – 35 = 57.
- Se 57 gostam somente do partido A, 45 responderam que gostam somente do partido B e 35 responderam que gostam dos dois partidos políticos, então o número de pessoas que responderam à pesquisa foi: 57 + 35 + 45 = 137.



2) Num grupo de motoristas, há 28 que dirigem automóvel, 12 que dirigem motocicleta e 8 que dirigem automóveis e motocicleta. Quantos motoristas há no grupo?

(A) 16 motoristas
(B) 32 motoristas
(C) 48 motoristas
(D) 36 motoristas

Resolução:



Os que dirigem automóveis e motocicleta: 8

Os que dirigem apenas automóvel: 28 – 8 = 20

Os que dirigem apenas motocicleta: 12 – 8 = 4

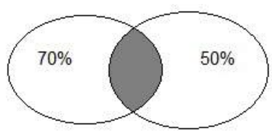
A quantidade de motoristas é o somatório: 20 + 8 + 4 = 32 motoristas.

Resposta: B

3) Em uma cidade existem duas empresas de transporte coletivo, A e B. Exatamente 70% dos estudantes desta cidade utilizam a Empresa A e 50% a Empresa B. Sabendo que todo estudante da cidade é usuário de pelo menos uma das empresas, qual o % deles que utilizam as duas empresas?

(A) 20%
(B) 25%
(C) 27%
(D) 33%
(E) 35%

Resolução:



70 – 50 = 20.

20% utilizam as duas empresas.

Resposta: A.

Questões

01. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Dos 43 vereadores de uma cidade, 13 dele não se inscreveram nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico. Sete dos vereadores se inscreveram nas três comissões citadas. Doze deles se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e oito deles se inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico. Nenhum dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões. O número de vereadores inscritos na comissão de Saneamento Básico é igual a

(A) 15.
(B) 21.
(C) 18.
(D) 27.
(E) 16.

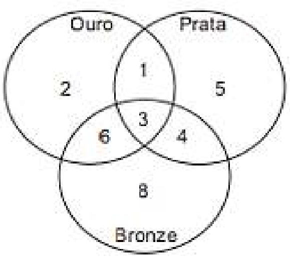
02. (EBSERH/HU-UFS/SE - Tecnólogo em Radiologia - AOCP /2014) Em uma pequena cidade, circulam apenas dois jornais diferentes. O jornal A e o jornal B. Uma pesquisa realizada com os moradores dessa cidade mostrou que 33% lê o jornal A, 45% lê o jornal B, e 7% leem os jornais A e B. Sendo assim, quantos por centos não leem nenhum dos dois jornais?

(A) 15%
(B) 25%
(C) 27%
(D) 29%
(E) 35%

03. (TRT 19ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

(A) 58.
(B) 65.
(C) 76.
(D) 53.
(E) 95.

04. (METRÔ/SP – OFICIAL LOGISTICA – ALMOXARIFADO I – FCC/2014) O diagrama indica a distribuição de atletas da delegação de um país nos jogos universitários por medalha conquistada. Sabe-se que esse país conquistou medalhas apenas em modalidades individuais. Sabe-se ainda que cada atleta da delegação desse país que ganhou uma ou mais medalhas não ganhou mais de uma medalha do mesmo tipo (ouro, prata, bronze). De acordo com o diagrama, por exemplo, 2 atletas da delegação desse país ganharam, cada um, apenas uma medalha de ouro.



A análise adequada do diagrama permite concluir corretamente que o número de medalhas conquistadas por esse país nessa edição dos jogos universitários foi de

(A) 15.
(B) 29.
(C) 52.
(D) 46.
(E) 40.

05. (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP/2014) Qual é o número de elementos que formam o conjunto dos múltiplos estritamente positivos do número 3, menores que 31?

(A) 9
(B) 10
(C) 11
(D) 12
(E) 13

06. (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP/2014) Considere dois conjuntos A e B, sabendo que $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{0;1;2;3;5\}$ e $A - B = \{1;2\}$, assinale a alternativa que apresenta o conjunto B.

(A) {1;2;3}
(B) {0;3}
(C) {0;1;2;3;5}
(D) {3;5}
(E) {0;3;5}

07. (INES – Técnico em Contabilidade – MAGNUS CONCURSOS/2014) Numa biblioteca são lidos apenas dois livros, K e Z. 80% dos seus frequentadores leem o livro K e 60% o livro Z. Sabendo-se que todo frequentador é leitor de pelo menos um dos livros, a opção que corresponde ao percentual de frequentadores que leem ambos, é representado:

(A) 26%
(B) 40%
(C) 34%
(D) 78%
(E) 38%

08. (METRÔ/SP – ENGENHEIRO SEGURANÇA DO TRABALHO – FCC/2014) Uma pesquisa, com 200 pessoas, investigou como eram utilizadas as três linhas: A, B e C do Metrô de uma cidade. Verificou-se que 92 pessoas utilizam a linha A; 94 pessoas utilizam a linha B e 110 pessoas utilizam a linha C. Utilizam as linhas A e B um total de 38 pessoas, as linhas A e C um total de 42 pessoas e as linhas B e C um total de 60 pessoas; 26 pessoas que não se utilizam dessas linhas. Desta maneira, conclui-se corretamente que o número de entrevistados que utilizam as linhas A e B e C é igual a

(A) 50.
(B) 26.
(C) 56.
(D) 10.
(E) 18.

09. (INES – Técnico em Contabilidade – MAGNUS CONCURSOS/2014) Numa recepção, foram servidos os salgados pastel e casulo. Nessa, estavam presentes 10 pessoas, das quais 5 comeram pastel, 7 comeram casulo e 3 comeram as duas. Quantas pessoas não comeram nenhum dos dois salgados?

(A) 0
(B) 5
(C) 1
(D) 3
(E) 2

10. (Corpo de Bombeiros Militar/MT – Oficial Bombeiro Militar – COVEST – UNEMAT/2014) Em uma pesquisa realizada com alunos de uma universidade pública sobre a utilização de operadoras de celular, constatou-se que 300 alunos utilizam a operadora A, 270 utilizam a operadora B, 150 utilizam as duas operadoras (A e B) e 80 utilizam outras operadoras distintas de A e B.

Quantas pessoas foram consultadas?

(A) 420
(B) 650
(C) 500
(D) 720
(E) 800

Respostas

01. Resposta: C.

De acordo com os dados temos:

7 vereadores se inscreveram nas 3.

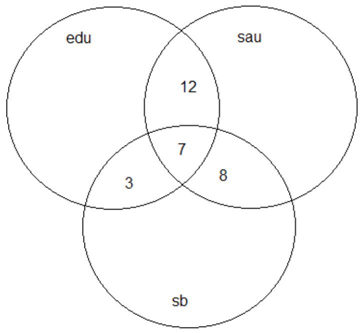
APENAS 12 se inscreveram em educação e saúde (o 12 não deve ser tirado de 7 como costuma fazer nos conjuntos, pois ele já desconsidera os que se inscreveram nos três)

APENAS 8 se inscreveram em saúde e saneamento básico.

São 30 vereadores que se inscreveram nessas 3 comissões, pois 13 dos 43 não se inscreveram.

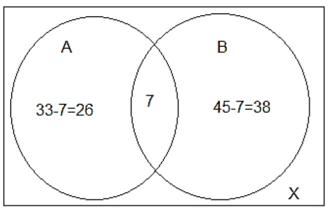
Portanto, 30 – 7 – 12 – 8 = 3

Se inscreveram em educação e saneamento 3 vereadores.



Só em saneamento se inscreveram: 3 + 7 + 8 = 18

02. Resposta: D.



26 + 7 + 38 + x = 100
x = 100 - 71
x = 29%

03. Resposta: B.

Técnicos arquivam e classificam: 15

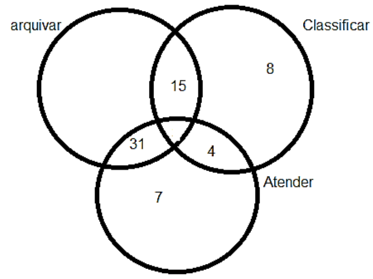
Arquivam e atendem: 46 – 15 = 31

Classificam e atendem: 4

Classificam: 15 + 4 = 19 como são 27 faltam 8

Dos 11 técnicos aptos a atender ao público 4 são capazes de classificar processos, logo apenas 11 - 4 = 7 técnicos são aptos a atender ao público.

Somando todos os valores obtidos no diagrama teremos: 31 + 15 + 7 + 4 + 8 = 65 técnicos.



04. Resposta: D.

O diagrama mostra o número de atletas que ganharam medalhas.

No caso das intersecções, devemos multiplicar por 2 por ser 2 medalhas e na intersecção das três medalhas multiplica-se por 3.

Intersecções:

$6 \cdot 2 = 12$
$1 \cdot 2 = 2$
$4 \cdot 2 = 8$
$3 \cdot 3 = 9$

Somando as outras:
2 + 5 + 8 + 12 + 2 + 8 + 9 = 46

05. Resposta: B.

Se nos basearmos na tabuada do 3, teremos o seguinte conjunto
A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}
10 elementos.

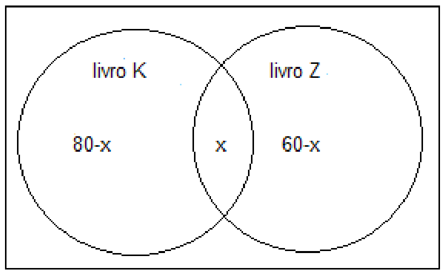
06. Resposta: E.

A intersecção dos dois conjuntos, mostra que 3 é elemento de B.

A – B são os elementos que tem em A e não em B.

Então de A ∪ B, tiramos que B = {0; 3; 5}.

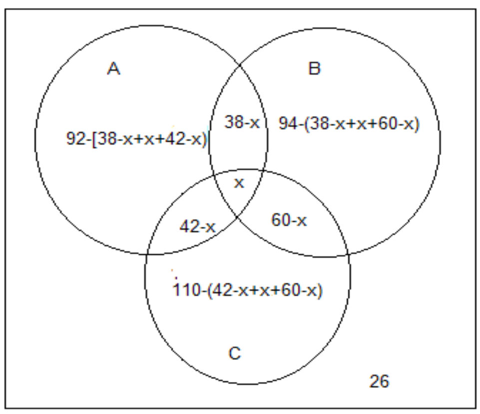
07. Resposta: B.



80 – x + x + 60 – x = 100
- x = 100 - 140
x = 40%

08. Resposta: E.

]



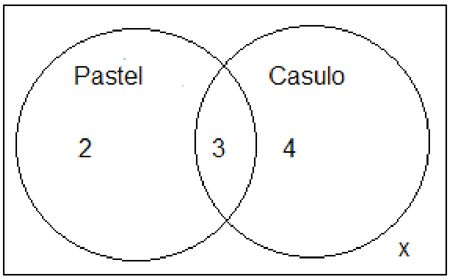
92-[38~~-x+x~~+42-x]+94-[38~~-x+x~~+60-x]+110-[42~~-x+x~~+60-x]+(38~~-x~~)+~~x~~+(42-x)+(60-x)+26=200

92 - [80 - x] + 94 - [98 - x] + 110 - [102 - x] + 38 + 42 – x + 60 – x + 26 = 200

92 – 80 ~~+x~~ + 94 – 98 ~~+x~~ + 110 – 102 + x + 166 ~~-2x~~ = 200

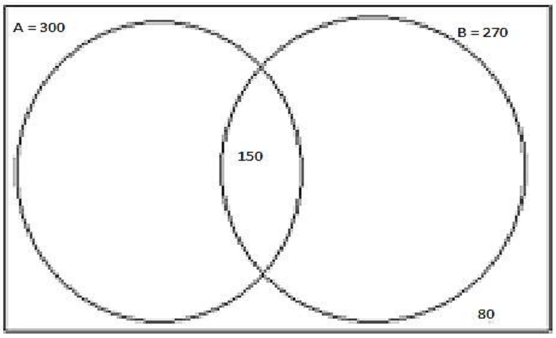
x + 462 – 180 = 200 ➔ x + 182 = 200 ➔ x = 200-182 ➔ x = 18

09. Resposta: C



2 + 3 + 4 + x = 10
x = 10 - 9
x = 1

10. Resposta: C.



300 – 150 = 150
270 – 150 = 120
Assim: 150 + 120 + 150 + 80 = 500(total)

Referências
GONÇALVES, Antônio R. - Matemática para Cursos de Graduação – Contexto e Aplicações
IEZZI, Gelson - Fundamentos da Matemática Elementar – Vol. 01 – Conjuntos e Funções

2.2. Análise das Proposições com conectivos "e", "ou", "se...então...", "...se e somente se...".
2.3. Análise dos Quantificadores "Todo", "Algum" e "Nenhum".

PROPOSIÇÕES SIMPLES E COMPOSTAS: ESTUDO DOS CONECTIVOS.

Estudo das proposições simples e compostas

Os lógicos procuraram combater as limitações da lógica clássica e encontrar uma linguagem artificial, simbólica e altamente abstrata, na qual se define rigorosamente o significado de cada símbolo e o conjunto das regras que permitem relacioná-los de um modo tão rigoroso como aquele que é característico do cálculo matemático. Foi assim que se foi constituindo a lógica moderna ou logística que dispõe de:

- um conjunto de símbolos formais, constantes e variáveis;
- regras de combinação desses símbolos entre si;
- regras de transformação dessas combinações elementares de símbolos.

Seguindo, analisando as proposições, percebemos que estas podem ser classificadas como simples ou atômicas; compostas ou moleculares.

As proposições simples não contêm nenhuma outra proposição fazendo parte integrante de si mesmas, ou seja: elas não podem ser divididas em outras proposições menores.

Veja o exemplo abaixo:
p: Marcela é auditora
q: Paulo é bancário
r: Wagner é professor

As proposições compostas são formadas por duas ou mais proposições ligadas por meio de determinadas palavras ou expressões a que chamamos de **operadores ou conectivos lógicos.**

As proposições simples combinam-se com outras, ou são modificadas por alguns operadores (conectivos), gerando novas sentenças chamadas de compostas ou moleculares.

Quando juntamos duas ou mais proposições simples, formamos outra proposição, maior, chamada de proposição composta. Geralmente simbolizamos as proposições simples por letras minúsculas e as proposições compostas por letras maiúsculas do alfabeto (algumas bancas como a CESPE não usam esta simbologia, necessariamente).

O que são os Conectivos?

Definimos os conectivos como aquelas expressões lógicas que permitem ligar entre si várias proposições simples, obtendo proposições complexas cuja verdade ou falsidade estarão dependentes da verdade ou falsidade das proposições iniciais e da natureza dos conectivos envolvidos.

Toda a proposição interligada por conectivos também terá um valor lógico (V/F).

Os conectivos serão representados nas proposições compostas das seguintes formas:

- **Conjunções**: a $\wedge$ b (lê-se: a **e** b)
- **Disjunções inclusivas**: a $\vee$ b (lê-se: a **ou** b)
- **Disjunções exclusivas:** a $\underline{\vee}$ b (lê-se "**ou** a **ou** b" (uma coisa ou outra)
- **Condicionais**: a $\rightarrow$ b (lê-se: **se** a **então** b)
- **Bicondicionais**: a $\leftrightarrow$ b (lê-se: a **se somente se** b)

Além disso, é importante saber que existe a negação, que pode ser simbolizada por "~" (til) ou por "¬" (cantoneira), além da equivalência entre proposições, representadas pelo símbolo ≡ ou ⇔.

Cuidado:

Várias questões de prova pedem que se "converta" uma frase escrita para a simbologia lógica, ou vice versa. Por isto, é importante que, inicialmente, você se familiarize com estas formas de representação. Muitas bancas (principalmente CESPE) utilizam apenas esta forma de linguagem em algumas questões. Vejamos alguns exemplos:

Considere as seguintes proposições lógicas representadas pelas letras P, Q, R e S:

P: Nesse país o direito é respeitado.
Q: O país é próspero.
R: O cidadão se sente seguro.
S: Todos os trabalhadores têm emprego.

Considere também que os símbolos "∨", "∧", "→" e "¬" representem os conectivos lógicos "ou", "e", "se, então" e "não", respectivamente.

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

1. A proposição "Nesse país o direito é respeitado, mas o cidadão não se sente seguro" pode ser representada simbolicamente por $P \wedge (\neg R)$.

2. A proposição "Se o país é próspero, então todos os trabalhadores têm emprego" pode ser representada simbolicamente por $Q \rightarrow S$.

3. A proposição "O país ser próspero e todos os trabalhadores terem emprego" é uma consequência de, "nesse país, o direito ser respeitado" pode ser representada simbolicamente por $(Q \wedge R) \rightarrow P$.

Resolução.

Primeiro item. Temos:

"Nesse país o direito é respeitado, mas o cidadão não se sente seguro" Vamos colocar parêntesis para delimitar as proposições simples:

(Nesse país o direito é respeitado), mas (o cidadão não se sente seguro)

As duas parcelas são unidas pela palavrinha "mas", que acrescenta uma informação. Ela tem um papel análogo ao do "e". É como se afirmássemos que o direito é respeitado e o cidadão não se sente seguro.

Além disso, vemos que a segunda parcela apresenta uma negação. Portanto, a proposição mencionada pode ser representada por: $P \wedge (\neg R)$.

Item certo

Segundo item. A sentença é:

Se (o país é próspero), então (todos os trabalhadores têm emprego).

Em símbolos: $Q \rightarrow S$

Item certo

Terceiro item.

A proposição é: "O país ser próspero e todos os trabalhadores terem emprego" é uma consequência de, "nesse país, o direito ser respeitado".

Vamos usar parêntesis para delimitar as proposições simples:

((O país ser próspero) e (todos os trabalhadores terem emprego)) é uma consequência de, (nesse país, o direito ser respeitado).

A expressão "é uma consequência", remete ao condicional (se, então). Podemos reescrever a frase assim:

Se (nesse país, o direito é respeitado), então ((o país é próspero) e todos os trabalhadores têm emprego)).

Em símbolos, ficamos com: $P \rightarrow (Q \wedge S)$.

Não foi essa a simbologia indicada pelo enunciado. Item errado.

Gabarito: certo, certo, errado

Exemplo: Julgue os itens a seguir:

1. A proposição "Tanto João não é norte-americano como Lucas não é brasileiro, se Alberto é francês" poderia ser representada por uma expressão do tipo $P \rightarrow [(\neg Q) \wedge (\neg R)]$.

Resolução:

Nesta proposição temos um condicional escrito em ordem inversa. Colocando na ordem normal, temos:

Se (Alberto é francês), então (João não é norte-americano) e (Lucas não é brasileiro).

Vamos dar nomes às proposições simples:

P: Alberto é francês

Q: João é norte-americano

R: Lucas é brasileiro

A simbologia para a proposição composta ficaria: $P \rightarrow [(\neg Q) \wedge (\neg R)]$

Que é exatamente o que afirmou o item.

Gabarito: Certo

Questões

01. (TJ/SE – Técnico Judiciário Área Administrativa Especialidade Programação de Sistemas – CESPE UNB/2014) Julgue o item que segue, relacionado à lógica proposicional.

A sentença "O reitor declarou estar contente com as políticas relacionadas à educação superior adotadas pelo governo de seu país e com os rumos atuais do movimento estudantil" é uma proposição lógica simples.

(Certo) (Errado)

02. (TJ/SE – Técnico Judiciário Área Administrativa Especialidade Programação de Sistemas – CESPE UNB/2014) Julgue o item que segue, relacionado à lógica proposicional.

A sentença "O sistema judiciário igualitário e imparcial promove o amplo direito de defesa do réu ao mesmo tempo que assegura uma atuação investigativa completa por parte da promotoria" é uma proposição lógica composta.

(Certo) (Errado)

03. (TJ/SE – Técnico Judiciário Área Administrativa Especialidade Programação de Sistemas – CESPE UNB/2014) Julgue o item que segue, relacionado à lógica proposicional.

A sentença "A crença em uma justiça divina, imparcial, incorruptível e infalível é lenitivo para muitos que desconhecem os caminhos para a busca de seus direitos, assegurados na Constituição" é uma proposição lógica simples.

(Certo) (Errado)

04. (PC/SP - Delegado de Polícia - VUNESP/2014). Os conectivos ou operadores lógicos são palavras (da linguagem comum) ou símbolos (da linguagem formal) utilizados para conectar proposições de acordo com regras formais preestabelecidas. Assinale a alternativa que apresenta exemplos de conjunção, negação e implicação, respectivamente.

(A) $\neg$ p, p v q, p $\wedge$ q
(B) p $\wedge$ q, $\neg$ p, p -> q
(C) p -> q, p v q, $\neg$ p
(D) p v p, p -> q, $\neg$ q
(E) p v q, $\neg$ q, p v q

05. (PC/SP - Delegado de Polícia - VUNESP/2014) A lógica clássica possui princípios fundamentais que servem de base para a produção de raciocínios válidos. Esses princípios foram inicialmente postulados por Aristóteles (384 a 322 a.C.) e até hoje dão suporte a sistemas lógicos. Tais princípios são os

(A) da inferência, da não contradição e do terceiro incluído.
(B) da diversidade, da dedução e do terceiro incluído.
(C) da identidade, da inferência e da não contradição.
(D) da identidade, da não contradição e do terceiro excluído.
(E) da diversidade, da indução e da não contradição.

06. (PC/PI - Escrivão de Polícia Civil - UESPI/2014) Assinale, dentre as alternativas a seguir, aquela que NÃO caracteriza uma proposição.

(A) 10^7 -1 é divisível por 5
(B) Sócrates é estudioso.
(C) 3-1 >1
(D) $\sqrt{8} < 4$ e $3 < \sqrt{8}$
(E) este é um número primo.

Respostas

01. Resposta: ERRADO.
Esta proposição é composta e é do tipo conjunção, devido ao uso do conectivo “e”, unindo as duas parcelas.
Vejam:
p = “O reitor declarou estar contente com as políticas relacionadas à educação superior adotadas pelo governo de seu país ”
q = “com os rumos atuais do movimento estudantil”
O reitor está contente com a política educacional E com os rumos do movimento estudantil.

02. Resposta: ERRADO.
É uma proposição simples. Não é um conectivo o “e” apresentado no trecho “sistema judiciário igualitário e imparcial....”.

03. Resposta: CERTO.
É uma proposição simples. Não é um conectivo o “e” apresentado no trecho “divina, imparcial, incorruptível e infalível....”. Temos uma única afirmativa nesta frase.
04. Resposta: B. A conjunção é um tipo de proposição composta e apresenta o conectivo “e”, e é representada pelo símbolo $\wedge$. A negação é representada pelo símbolo ~ou cantoneira ($\neg$) e pode negar uma proposição simples (por exemplo: $\neg$ p) ou composta. Já a implicação é uma proposição composta do tipo condicional (Se, então) é representada pelo símbolo ($\rightarrow$).

05. Resposta: D.
Princípio da não contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa, ao mesmo tempo.
Princípio do terceiro excluído: Uma RESPOSTA: só pode ser verdadeira ou falsa.
Princípio da identidade: Uma proposição é equivalente a ela mesma

06. Resposta: E.
A proposição requer que seja possível atribuir valor lógico verdadeiro ou falso para uma frase declarativa ou uma expressão em sentença fechada. Isto não se observa na alternativa E.

LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM

Existem alguns tipos de argumentos que apresentam proposições com quantificadores. A resolução análise do argumento destes argumentos torna-se mais fácil quando se lança mão do uso da teoria dos conjuntos, com representações dos conjuntos e que chamaremos de diagramas lógicos. Vimos que a sentença aberta é aquela que possui pelo menos uma variável.
Exemplo:
X -3 = 9
Aqui temos uma sentença aberta que possui a variável x.
Não podemos valorar esta sentença como V ou F. Mas, se atribuirmos valor a x então será gerado uma proposição que poderá, a dado valor de x, ser julgada em V ou F.
A sentença aberta, então tem como particularidade o fato dela poder dar origem a diversas proposições, dependendo do valor atribuído à variável x.

RECAPITULANDO:
- X -3 = 9 não pode ser considerada proposição. É sentença aberta e não pode ser julgada em V ou F.
- atribuindo-se valor a x isto gerará uma proposição que pode ser valorada em V ou F.
- Geralmente estas sentenças abertas podem ser acompanhadas de quantificadores que possibilitam torná-las proposições e passíveis de valoração.
- O quantificador universal é simbolizado por: ∀. Ele indica que todos os elementos do conjunto satisfazem a uma dada sentença aberta.
- A sentença aberta é indicada por p(x). Estamos indicando que o seu valor lógico depende da variável, que está entre parêntesis.
- O quantificador existencial é simbolizado por: ∃. Ele indica que existe pelo menos um elemento do conjunto que satisfaz à sentença aberta.
- Por fim, temos o quantificador de existência e unicidade (∃!). Significado: Existe pelo menos um
PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS
Chamam-se de proposições categóricas proposições simples e diretas na forma de sujeito-predicado. Elas apresentam-se em quatro tipos:
A: Todo M é N
B: Nenhum M é N (Todo M não é N)
C: Algum M é N.
D: Algum M não é N

Onde:
A é uma proposição universal afirmativa.
B é uma proposição universal negativa.
C é uma proposição particular afirmativa.
D é uma proposição particular negativa.

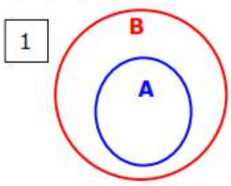
- Os principais quantificadores estão representados por palavras e, os principais (mais comuns) são: algum, nenhum, existe, todo.
- Argumentos decorrentes destes tipos de proposições são mais facilmente estudados por meio de diagramas (diagramas lógicos), que representam os diversos conjuntos das possibilidades geradas pelo uso dos quantificadores envolvidos na questão.
- Este tópico costuma trazer muitas dificuldades para o concursando, porque exige uma visão interpretativa das relações dos “conjuntos” que irão aparecer nas resoluções.

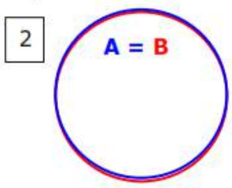
Exemplo de frases:
“Nenhum candidato foi aprovado”
“Todos os homens gostam de futebol”
“Alguma ave é azul”
“Existe vida inteligente em Marte”
Vamos inicialmente tecer algumas considerações sobre os conjuntos e os quantificadores.

O estudo das proposições categóricas pode ser feito utilizando os diagramas de Euler- Venn. É habitual representar um conjunto por uma linha fechada e não entrelaçada.
Vejamos o significado, na linguagem de conjuntos, de cada uma das proposições categóricas.

- Todo A é B ↔ Todo elemento de A também é elemento de B.
- Nenhum A é B ↔ A e B são conjuntos disjuntos, ou seja, não possuem elementos comuns.
- Algum A é B ↔ Os conjuntos A e B possuem pelo menos 1 elemento em comum.
- Algum A não é B ↔ O conjunto A tem pelo menos 1 elemento que não é elemento de B.

Vejamos como representar cada uma das proposições categóricas utilizando os diagramas de Euler-Venn.
- Todo A é B
Teremos duas possibilidades.



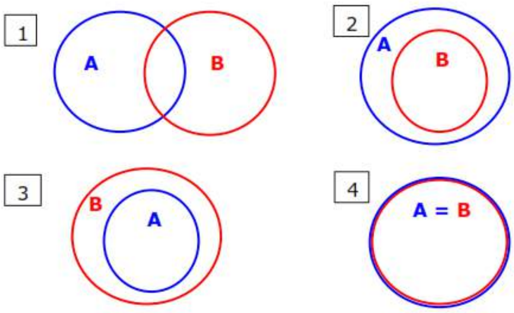


A proposição categórica “Todo A é B” é equivalente a:
A é subconjunto de B. A é parte de B.
A está contido em B. B contém A.
B é universo de A.
B é superconjunto de A.

Se soubermos que a proposição “Todo A é B” é verdadeira, qual será o valor lógico das demais proposições categóricas?
Nenhum A é B é falso.
Algum A é B é verdadeiro.
Algum A não é B é falsa.

- Algum A é B

Podemos ter 4 diferentes situações para representar esta proposição:

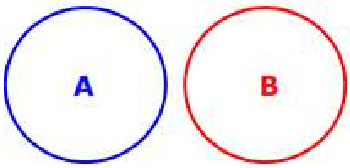


A proposição categórica “Algum A é B” equivale a “Algum B é A”.

Se “algum A é B” é uma proposição verdadeira, qual será o valor lógico das demais proposições categóricas?
Nenhum A é B é falso.
Todo A é B é indeterminado – pode ser verdadeira (em 3 e 4) ou falsa (em 1 e 2).
Algum A não é B é indeterminada – pode ser verdadeira (em 1 e 2) ou falsa (em 3 e 4).

Observe que quando afirmamos que “Algum A é B” estamos dizendo que existe pelo menos um elemento de A que também é elemento de B.

- Nenhum A é B



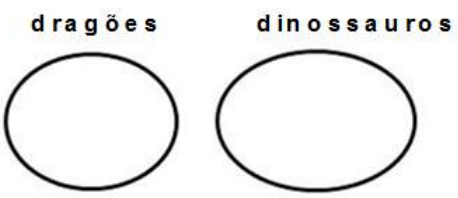
A proposição categórica “Nenhum A é B” equivale a:
Nenhum B é A.
Todo A não é B. Todo B não é A.
A e B são conjuntos disjuntos.

Se “nenhum A é B” é uma proposição verdadeira, qual será o valor lógico das demais proposições categóricas?
Todo A é B é falso.
Algum A é B é falso.
Algum A não é B é verdadeira.

Exemplo: “Nenhum elefante é dinossauro”

Neste caso, estamos afirmando que o conjunto dos elefantes não apresenta intersecção com o conjunto dos dinossauros.

Assim:



Novamente: dizemos que não há intersecção entre os dois conjuntos.

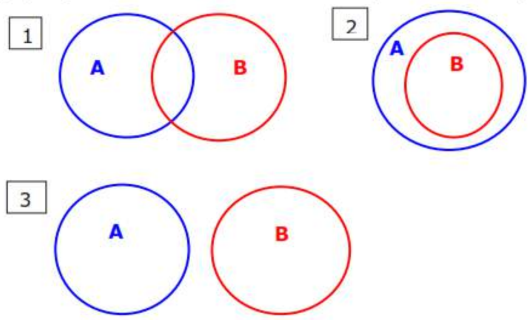
Assim como nos casos anteriores, temos algumas incertezas.

A única certeza que temos é que não há intersecção entre os conjuntos.

Contudo, simplesmente dizer que “nenhum elefante é dinossauro” não garante qualquer coisa sobre a existência de elementos dentro do conjunto dos elefantes, ou dentro do conjunto dos dinossauros.

- Algum A não é B

Se a proposição Algum A não é B é verdadeira, temos as três representações possíveis:

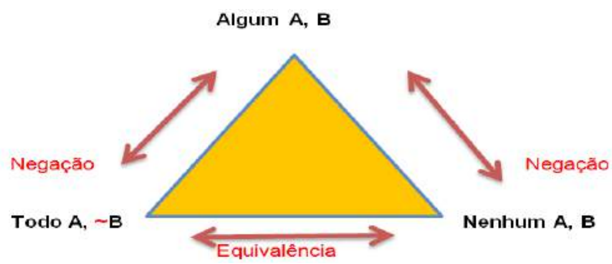


Observe que “Algum A não é B” não equivale a “Algum B não é A”. Por exemplo, dizer que “Algum brasileiro não é mineiro” não equivale a dizer que “Algum mineiro não é brasileiro”.

Se “algum A não é B” é uma proposição verdadeira, qual será o valor lógico das demais proposições categóricas?
Todo A é B é falso.
Nenhum A é B é indeterminado – pode ser verdadeira (em 3) ou falsa (em 1 e 2).
Algum A é B é indeterminado – pode ser verdadeira (em 1 e 2) ou falsa (em 3).

Existe equivalência ou negação entre estas proposições? Como fazer?

Aqui, caro aluno, vai um esquema que permitirá a você resolver uma grande quantidade de questões quanto à equivalência ou negação de UMA proposição categórica. Basta usar o triângulo abaixo e dispender pouco tempo com a teoria.



Questões

01. (PC/SP – Escrivão de Polícia - VUNESP/2014). As proposições que compõem as premissas e a conclusão dos silogismos podem ser (I) universais ou particulares e (II) afirmativas ou negativas. Considerando estas possibilidades, é correto afirmar que a proposição.

(A) “Nenhum ser humano é imortal” é universal e negativa.
(B) “Todos os seres vivos não são organismos” é particular e negativa.
(C) “Algum ser vivo é mortal” é universal e afirmativa.
(D) “Sócrates é imortal” é universal e afirmativa
(E) “Nenhum organismo é mortal” é particular e afirmativa.

02. (PC/SP - Delegado de Polícia - VUNESP/2014) Na lógica clássica, as proposições que compõem um raciocínio são classificadas como: (1) universais ou particulares e (2) afirmativas ou negativas. Assim sendo, as proposições "todo ser humano é mortal", "algumas pessoas não usam óculos" e "alguns motoristas são descuidados" são classificadas, respectivamente, como:

(A) particular afirmativa, universal negativa e universal afirmativa.

(B) particular afirmativa, universal negativa e particular afirmativa.

(C) universal afirmativa, particular afirmativa e particular negativa.

(D) particular negativa, particular afirmativa e universal afirmativa.

(E) universal afirmativa, particular negativa e particular afirmativa.

03. (PC/PI - Escrivão de Polícia Civil - UESPI/2014) Qual a negação lógica da sentença "Todo número natural é maior do que ou igual a cinco"?

(A) Todo número natural é menor do que cinco.
(B) Nenhum número natural é menor do que cinco.
(C) Todo número natural é diferente de cinco.
(D) Existe um número natural que é menor do que cinco.
(E) Existe um número natural que é diferente de cinco.

04. (CEFET/RJ - Assistente de Alunos - CESGRANRIO/2014) Se todos os amigos de Fernanda tivessem ido à sua festa de aniversário e se tivesse feito bom tempo, então ela teria ficado feliz.

Como Fernanda não ficou feliz, então

(A) nenhum amigo foi à sua festa de aniversário e choveu.
(B) nenhum amigo foi à sua festa de aniversário ou choveu.
(C) algum amigo não foi à sua festa e não fez bom tempo.
(D) algum amigo não foi à sua festa ou não fez bom tempo.
(E) havia sempre algum amigo ausente quando o tempo ficava bom.

05. (TRT/2ª Região – Analista Judiciário – Área Judiciária - FCC/2014) Um dia antes da reunião anual com os responsáveis por todas as franquias de uma cadeia de lanchonetes, o diretor comercial recebeu um relatório contendo a seguinte informação:

Todas as franquias enviaram o balanço anual e nenhuma delas teve prejuízo neste ano.

Minutos antes da reunião, porém, ele recebeu uma mensagem em seu celular enviada pelo gerente que elaborou o relatório, relatando que a informação não estava correta. Dessa forma, o diretor pôde concluir que, necessariamente,

(A) nenhuma franquia enviou o balanço anual e todas elas tiveram prejuízo neste ano.

(B) alguma franquia não enviou o balanço anual e todas elas tiveram prejuízo neste ano.

(C) nenhuma franquia enviou o balanço anual ou pelo menos uma delas teve prejuízo neste ano.

(D) nem todas as franquias enviaram o balanço anual ou todas elas tiveram prejuízo neste ano.

(E) nem todas as franquias enviaram o balanço anual ou pelo menos uma delas teve prejuízo neste ano.

06. (UFGD EBSERH/MS – Advogado - Instituto AOCP/2014) Assinale a alternativa que apresenta a negação de

"Todos os pães são recheados".

(A) Existem pães que não são recheados.
(B) Nenhum pão é recheado.
(C) Apenas um pão é recheado.
(D) Pelo menos um pão é recheado.
(E) Nenhuma das alternativas.

07. (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP - Analista Legislativo Informática Especialidade Analista de Sistemas - VUNESP/2014) Todos os cachorros latem e nem todos os gatos miam. Uma frase que corresponde à negação lógica dessa afirmação é:

(A) Nenhum cachorro late e todos os gatos miam.
(B) Alguns cachorros latem ou alguns gatos miam.
(C) Nem todos os cachorros latem ou todos os gatos miam.
(D) Qualquer cachorro late ou qualquer gato mia.
(E) Nenhum cachorro late e nenhum gato mia.

08. (PC/SP - Médico Legista - VUNESP/2014) Considere a afirmação: Todos os quatro elementos ingeriram a mesma substância S e morreram por envenenamento.

Uma negação lógica para a afirmação apresentada está contida na alternativa:

(A) Pelo menos um dos quatro elementos não ingeriu a substância S ou não morreu por envenenamento.

(B) Todos os quatro elementos não ingeriram a mesma substância S e não morreram por envenenamento.

(C) Nenhum dos quatro elementos ingeriu a substância S ou morreu por envenenamento.

(D) Talvez os quatro elementos não tenham ingerido a substância S, mas todos morreram por envenenamento.

(E) Existe apenas um dos quatro elementos que não ingeriu a substância S, mas morreu por envenenamento.

09. (CRN 3ª Região - Advogado - Quadrix/2014) Considere a seguinte orientação nutricional: Todas as suas refeições principais devem conter uma porção de legumes cozidos (de baixo carboidrato) e uma de proteína, sendo ovo cozido ou carne magra.

A negação lógica dessa orientação é:

(A) nenhuma de suas refeições principais deve conter legumes cozidos (de baixo carboidrato) ou proteína, sendo ovo cozido ou carne magra.

(B) todas as suas refeições principais devem conter uma porção de legumes cozidos (de baixo carboidrato) e, ao menos uma, porção de proteína, sendo ovo cozido e carne magra.

(C) ao menos uma de suas refeições principais deve conter uma porção de legumes cozidos (de baixo carboidrato), mas não deve conter proteína, nem ovo cozido e nem carne magra.

(D) ao menos uma de suas refeições principais não deve conter legumes cozidos (de baixo carboidrato), mas deve conter proteínas, sendo ovo cozido ou carne magra.

(E) ao menos uma de suas refeições principais não deve conter legumes cozidos (de baixo carboidrato) ou não deve conter proteínas, nem de ovo cozido e nem de carne magra.

10. (DESENVOLVE/SP - Contador - VUNESP/2014) Alguns gatos não são pardos, e aqueles que não são pardos miam alto.

Uma afirmação que corresponde a uma negação lógica da afirmação anterior é:

(A) Os gatos pardos miam alto ou todos os gatos não são pardos.

(B) Nenhum gato mia alto e todos os gatos são pardos.

(C) Todos os gatos são pardos ou os gatos que não são pardos não miam alto.

(D) Todos os gatos que miam alto são pardos.

(E) Qualquer animal que mia alto é gato e quase sempre ele é pardo.

11. (CBM/RJ - Cabo Técnico em Enfermagem - ND/2014) Dizer que a afirmação "todos os professores são psicólogos" e falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira

(A) Todos os não psicólogos são professores.
(B) Nenhum professor é psicólogo.
(C) Nenhum psicólogo é professor.
(D) Pelo menos um psicólogo não é professor.
(E) Pelo menos um professor não é psicólogo.

12. (CBM/RJ - Cabo Técnico em Enfermagem - ND/2014) A negação da seguinte proposição "Algum representante do povo não compareceu" é:

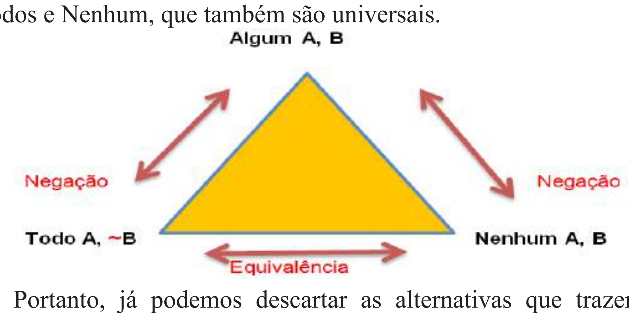
(A) Todo representante do povo compareceu.
(B) Todo representante do povo não compareceu.
(C) Pelo menos um representante do povo não compareceu.
(D) Algum representante do povo faltou.
(E) Algum representante do povo compareceu.

Respostas

01. Resposta: A.
Os quantificadores podem ser classificados em 2 tipos:
-Universais
Todos: afirmativo
Nenhum: negativo
- Particular ou existencial.
Algum
Positivo: algum A é B
Negativo: algum A não é B
Logo, as alternativas trazem:
A) "Nenhum ser humano é imortal" é universal e negativa.
B) "Todos os seres vivos não são organismos" é particular (ERRADO) e negativa (ERRADO).
C) "Algum ser vivo é mortal" é universal (ERRADO) e afirmativa.
D) "Sócrates é imortal" é universal e afirmativa (ERRADO, não temos quantificador)
E) "Nenhum organismo é mortal" é particular (ERRADO) e afirmativa (ERRADO).

02. Resposta: E.
Os quantificadores podem ser classificados em 2 tipos:
-Universais
Todos: afirmativo
Nenhum: negativo
- Particular ou existencial.
Algum
Positivo: algum A é B
Negativo: algum A não é B
Vamos, portanto, classificar as proposições:
"todo ser humano é mortal", (universal afirmativa).
"algumas pessoas não usam óculos" (particular negativa)
"alguns motoristas são descuidados" (particular afirmativa)

03. Resposta: D.
O enunciado nos traz uma composição em que usa um quantificador universal (Todo) e pede a sua negação.
O quantificador universal todos pode ser negado, seguindo o esquema abaixo, pelo quantificador algum, pelo menos um, existe ao menos um, etc. Não se nega um quantificador universal com Todos e Nenhum, que também são universais.

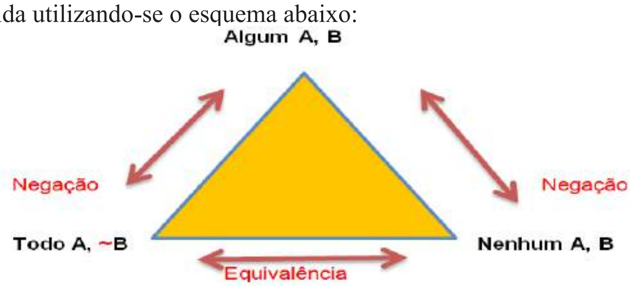


Portanto, já podemos descartar as alternativas que trazem quantificadores universais (todo e nenhum). Descartamos as alternativas A, B e C.
Seguindo, devemos negar o termo: "maior do que ou igual a cinco". Negaremos usando o termo "MENOR do que cinco".
Obs: maior ou igual a cinco (compreende o 5, 6, 7...) ao ser negado passa a ser menor do que cinco (4, 3, 2,...).

04. Resposta: D.
O enunciado traz um conjunto de premissas e pede a conclusão. Vamos organizar as premissas.
I) Se todos os amigos de Fernanda tivessem ido à sua festa de aniversário e se tivesse feito bom tempo, então ela teria ficado feliz.
II) Fernanda não ficou feliz
Temos uma condicional na primeira premissa com uma conjunção. Temos uma premissa simples. Esta será de grande valia, pois, nos fornecerá um valor lógico que será empregado nas condicionais.
Vamos atribuir estes valores sucessivamente nas condicionais e tirar as devidas conclusões.
II) Fernanda não ficou feliz. (V)
I) Se todos os amigos de Fernanda tivessem ido à sua festa de aniversário e se tivesse feito bom tempo, então ela teria ficado feliz. (F)
Logo, a primeira parcela deve ser falsa para que a condicional seja verdadeira.
Se todos os amigos de Fernanda tivessem ido à sua festa de aniversário e se tivesse feito bom tempo.
Conclusão: se este valor logico é falso, a negação da condicional será verdadeira. Vamos negar esta condicional.
Todos é um quantificador universal afirmativo. Negaremos com (algum, pelo menos um, ao menos um...). E a ficaria:
Ao menos um dos amigos de Fernanda não foi à festa de aniversário ou não fez bom tempo.

05. Resposta: E.
Questão que envolve quantificadores universais. Todos e nenhum. A negação destes se dá por quantificadores algum, pelo menos um, nem todos, etc.
Como o diretor depois enviou a mensagem pelo menos uma das negações estava incorreta. Não sabemos precisar qual.
Mas vamos à mensagem:
"Todas as franquias enviaram o balanço anual e nenhuma delas teve prejuízo neste ano".
A mensagem nega esta informação. Logo, negamos uma conjunção (e) por uma disjunção (ou). Além de negarmos o sentido das parcelas. Logo teremos:
- todas as franquias enviaram o balanço anual.
Negação: (alguma; pelo menos uma; nem todas) as franquias enviaram o balanço anual.
- nenhuma delas teve prejuízo neste ano.
Negação: (alguma, pelo menos uma, ao menos uma) franquia teve prejuízo neste ano.
Além de trocar o conectivo e pelo conectivo ou.

06. Resposta: A.
A negação de um quantificador categórico pode ser facilmente obtida utilizando-se o esquema abaixo:



Vamos apenas identificar A e B, nesta frase: Todos os pães são recheados
A: todos os pães
B: são recheados
Negando: Algum pão não é recheado.
Existe pão que não é recheado

Pelo menos um pão não é recheado.
E frases com este sentido.
Analisando as alternativas, temos a letra A.

07. Resposta: C.
Esta questão exige bastante cuidado e atenção para ser respondida. Veja que temos dois quantificadores diferentes na mesma frase e unidos pelo conectivo "E". O enunciado pede a negação. Portanto, vamos usar o esquema e, passo a passo, fazer a negação de cada quantificador.

Todos os cachorros latem e nem todos os gatos miam. Vamos negar cada parcela desta frase.

"Todos os cachorros latem." Negando esta parcela, seguindo o esquema acima, teremos: Algum cachorro não late (existe cachorro que não late; pelo menos um cachorro não late; nem todos os cachorros latem).

Vamos negar a segunda parcela:

"nem todos os gatos miam" pode ser entendido como "Algum gato não mia". Logo, vamos negar esta parcela. Porém, observe que ela pode ser negada pelo quantificador "nenhum" e ficaria, portanto, "nenhum gato mia". Mas "algum" pode ser negado pelo quantificador "Todo", não se esquecendo de negar a segunda parcela. Disso resultaria "Todos os gatos não miam".

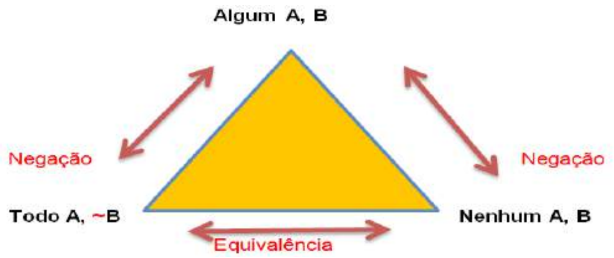
Juntando, agora, as duas parcelas após as negativas e negando a conjunção utilizando uma disjunção, teremos as duas possibilidades:

"nem todos os cachorros latem OU nenhum gato mia" (não encontrada nas alternativas);

"nem todos os cachorros latem OU Todos os gatos não miam"

08. Resposta: A.
O enunciado nos traz uma proposição do tipo conjunção (conectivo "e") e um quantificador universal (Todos) e pede a sua negação. A negação de uma conjunção se faz através de uma disjunção, em que trocaremos o conectivo "e" pelo conectivo "ou".

O quantificador universal todos pode ser negado, seguindo o esquema abaixo, pelo quantificador algum, pelo menos um, existe ao menos um, etc. Não se nega um quantificador universal com Todos e Nenhum, que são universais.



Portanto, já podemos descartar as alternativas que não trazem este conectivo "ou". Descartamos as alternativas B (usou todos), C (usou nenhum), C e D (usou mas, que equivale ao conectivo "e". Portanto, a alternativa correta é a A.

09. Resposta: E.
A negação de um quantificador universal não pode ser feita com outro quantificador universal. Logo, não negamos "todos" com ele próprio ou com "nenhum". Descartamos as alternativas A e B.

Negamos "Todo A é B" com algum, ao menos um A não é B. Também negamos uma conjunção com uma disjunção em que ambas as parcelas da conjunção serão negadas. E vice-versa.

Logo, teremos:

Todas as suas refeições principais devem conter uma porção de legumes cozidos (de baixo carboidrato) e uma de proteína, sendo ovo cozido ou carne magra.

Veja a estrutura da frase. É bem complexa para quem é iniciante. Um quantificador, uma conjunção e uma disjunção. Temos 3 porções para serem negadas simultaneamente. Parece complicado, mas faça com calma.

Ao menos uma de suas refeições principais NÃO deve conter uma porção de legumes cozidos (de baixo carboidrato) OU NÃO deve conter proteína, nem ovo cozido e nem de carne magra.

10. Resposta: C.

O enunciado nos traz um quantificador particular (alguns) e uma proposição do tipo conjunção (conectivo "e"). Pede a sua negação.

O quantificador existencial "alguns" pode ser negado, seguindo o esquema, pelos quantificadores universais (todos ou nenhum).

Logo, podemos descartar as alternativas A e E.

A negação de uma conjunção se faz através de uma disjunção, em que trocaremos o conectivo "e" pelo conectivo "ou". Descartamos a alternativa B.

Vamos, então, fazer a negação da frase, não esquecendo de que a relação que existe é: Algum A é B, deve ser trocado por: Todo A é não B.

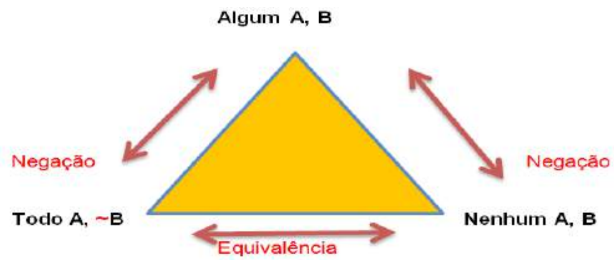
Todos os gatos que são pardos ou os gatos (aqueles) que não são pardos NÃO miam alto.

11. Resposta: E.

Se a afirmação é falsa a negação será verdadeira. Logo, a negação de um quantificador universal categórico afirmativo se faz através de um quantificador existencial negativo. Logo teremos: Pelo menos um professor não é psicólogo.

12. Resposta: A.

O enunciado nos traz uma proposição com um quantificador categórico particular ou existencial (Algum) e pede a sua negação. A negação de deste tipo de quantificador se faz através de um quantificador universal (Todos ou Nenhum). Logo, as alternativas C, D e E estão incorretas, porque não se nega quantificador particular com particular. Os quantificadores se relacionam seguindo o esquema abaixo.



Portanto, podemos negar com o uso do quantificador universal Todos, obtendo a seguinte expressão: Todo representante do povo compareceu. E encontramos esta expressão na alternativa A.

Outra possibilidade seria através do quantificador universal NENHUM. Ficaria: NENHUM representante do povo compareceu. Porém, não temos nenhuma alternativa com esta construção.

2.4 Equivalência e Negação de Proposições

O que quer dizer a palavra Equivalencia? Vejamos o dicionário:
Significado de Equivalência

s.f. Característica ou condição de equivalente.
Matemática. Característica das grandezas que possuem o mesmo valor; diz-se da força, do peso etc.
Lógica: correspondência entre duas proposições que possuem o mesmo valor de verdade, ou seja, se uma é verdadeira, a outra também será.
(Etm. equivaler + ência)
A equivalência entre proposições compostas ocorre quando suas tabelas verdades forem idênticas. Mesmo que para isso usemos diferentes expressões. Seria uma forma de “dizer a mesma coisa de maneiras ou formas diferentes”. Numa linguagem popular: o Francisco é o Chico....
Para expressarmos a ocorrência de uma equivalência usaremos a seguinte simbologia (⇔ ou mais excepcionalmente, ≡).
Nos concursos a incidência de equivalência é muito grande. Principalmente quando se trabalha com a proposição na forma condicional.
O motivo disto é que são possíveis duas distintas formas de equivalência para a condicional. E isto gera um grau de dificuldade muito grande para o candidato, fazendo com que ele erre muitas questões (creio que seja este um dos objetivos da banca, para selecionar quem sabe menos de quem sabe mais do assunto).
Vejamos as equivalências mais comuns:

a) Conjunção (A ^ B ⇔ B ^A)
A e B é equivalente a B e A.
Exemplo: Lúcia é enfermeira e Carla é médica.

Equivalente:
Carla é médica e Lúcia é enfermeira

b) Disjunção (A V B ⇔ B V A)
A ou B é equivalente a B ou A.
Ludmila é bailarina ou Lívia é cantora.
Equivalente:
Lívia é cantora ou Ludmila é bailarina.

c) Disjunção exclusiva (A $\underline{V}$ B ⇔ B $\underline{V}$ A)
Ou a ou B é equivalente a ou B ou A

Exemplo:

Ou vou ao cinema ou vou ao estádio.
Equivale a:
Ou vou ao estádio ou vou ao cinema.

d) Condicional
Aqui a coisa pode complicar. Existem expressões que a banca pode forçar a barra para fazer o candidato errar. Ela pedirá ou questionará equivalência entre condicionais mencionando termos como: contrária, contrapositiva, etc.

Para verificar esse fato, vamos examinar as tabelas-verdade:

				1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
p	**q**	**~p**	**~q**	**(p → q)**	**~p → ~q**	**(q → p)**	**~q → ~p**	**p^ ~ q**	**~p V q**
V	V	F	F	V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	F	V	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V	F	V

Observe que as tabelas-verdade em azul (casos 1,4 e 6) são idênticas. Portanto, são situações equivalentes.
Vamos fazer aqui uma análise muito importante:

Temos na tabela a coluna 1 que corresponde à tabela-verdade da condicional. Quando negamos uma condicional (resultando na tabela-verdade da coluna 5) devemos negá-la com uma conjunção. Quando se nega uma conjunção (coluna 5) devemos negar com uma disjunção (obtendo a tabela-verdade da coluna 6). Portanto, considerando que a condicional é verdadeira ao negá-la teremos valor lógico correspondente falso e ao negar novamente teremos a volta ao valor lógico verdadeiro.

O que quero dizer com isso? É que negar a verdade resulta em mentira e negar a mentira resulta em verdade. Portanto, a negação da negação é equivalente à proposição inicial.

Por isto, as colunas em azul 1 e 6 são idênticas (e são equivalentes).

Se considerarmos coluna 1 a proposição verdadeira, sua negação seria a coluna 5. E se negarmos a coluna 5, o resultado seria a coluna 6.

A equivalência contrapositiva

Há um caso muito especial de equivalência da condicional que é a chamada contrapositiva. O que seria a contrapositiva? Como fazer sua expressão?

Repare que teremos uma equivalência da condicional com uma disjunção (exemplos das colunas 1 e 6). Porém, podemos ter uma equivalente de condicional na forma de condicional (coluna 4). Observe que neste caso, teremos a inversão da ordem das proposições simples, ambas negadas e unidas com conectivo condicional.

Existem formas de se determinar esta expressão, porém, para evitar criar mais dificuldades e complexidade para você, caro aluno, basta memorizar, como citado acima, a expressão lógica da contrapositiva.

RESUMINDO:
Equivalências da condicional:
- com uma disjunção: ~p V q
- com outra condicional (contrapositiva): ~q → ~p.
Vamos fazer duas questões para exemplificar:

Exemplo: "Se chover então ficarei em casa."

- com uma disjunção: ~p V q
Não chove ou fico em casa.

- com outra condicional (contrapositiva): ~q → ~p.
Se não fiquei em casa então não choveu.
Exemplo: Se chove então me molho

- com uma disjunção: ~p V q
Não estudo ou passo no concurso
- com outra condicional (contrapositiva): ~q → ~p.
Se não me molho então não chove

Vale a pena ressaltar que muitas bancas trazem uma condicional e pedem sua equivalência. Porém, costumam colocar nas alternativas expressões com diferentes conectivos, com negação ou não, etc. E isto gera uma confusão muito grande na cabeça do candidato, em caso destas relações não estarem bem memorizadas.

Portanto, memorize: (p → q) ⇔ ~q → ~p ⇔ ~p V q
e) Bicondicional (A ↔ B ⇔ B ↔ A) ou (a → b ^ b → a)
A se e somente B equivale a B se e somente A.
Ou: A se e somente B equivale a Se A então B e se B então A.

Questões

01. (MTur – Contador - ESAF/2014) A proposição "se Catarina é turista, então Paulo é estudante" é logicamente equivalente a
(A) Catarina não é turista ou Paulo não é estudante.
(B) Catarina é turista e Paulo não é estudante.
(C) Se Paulo não é estudante, então Catarina não é turista.
(D) Catarina não é turista e Paulo não é estudante.
(E) Se Catarina não é turista, então Paulo não é estudante.

02. (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP - Analista Legislativo Informática Especialidade Analista de Sistemas - VUNESP/2014) Se não chove, então passeamos ou jogamos bola. Uma afirmação logicamente equivalente é:
(A) Se chove, então não passeamos e jogamos bola.
(B) Se passeamos ou jogamos bola, então não chove.
(C) Chove ou, passeamos ou jogamos bola.
(D) Não chove e, passeamos ou jogamos bola.
(E) Se jogamos bola e passeamos, então chove.

03. (SUFRAMA – Nível Superior - CESPEUnB/2014) Pedro, um jovem empregado de uma empresa, ao receber a proposta de novo emprego, fez diversas reflexões que estão traduzidas nas proposições abaixo.
• P1: Se eu aceitar o novo emprego, ganharei menos, mas ficarei menos tempo no trânsito.
• P2: Se eu ganhar menos, consumirei menos.
• P3: Se eu consumir menos, não serei feliz.
• P4: Se eu ficar menos tempo no trânsito, ficarei menos estressado.
• P5: Se eu ficar menos estressado, serei feliz.
A partir dessas proposições, julgue o item a seguir.
A proposição P1 é logicamente equivalente à proposição "Eu não aceito o novo emprego, ou ganharei menos e ficarei menos tempo no trânsito".
(certo) (errado)

04. (CEF - Técnico Bancário - CESPEUnB/2014). Considerando a proposição "Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro", julgue o item seguinte.
A proposição considerada equivale à proposição "Se Paulo não está sem dinheiro, ele foi ao banco".
(certo) (errado)

05. (CEF - Técnico Bancário - CESPEUnB/2014). Considerando a proposição "Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro", julgue o item seguinte.
A proposição em apreço equivale à proposição "Paulo foi ao banco e está sem dinheiro".
(certo) (errado)

06. (Câmara dos Deputados - Técnico Legislativo Agente de Polícia Legislativa - CESPEUnB/2014) Considerando que P seja a proposição "Se o bem é público, então não é de ninguém", julgue o item subsequente.
A proposição P é equivalente à proposição "Se o bem é de alguém, então não é público".
(certo) (errado)

07. (Câmara dos Deputados - Técnico Legislativo Agente de Polícia Legislativa - CESPEUnB/2014) Considerando que P seja a proposição "Se o bem é público, então não é de ninguém", julgue o item subsequente.
A proposição P é equivalente à proposição "Se o bem é de todos, então é público".
(certo) (errado)

08. (HUB EBSERH - Técnico em Informática - IBFC/2014) De acordo com o raciocínio lógico matemático, pode- se afirmar que a disjunção entre duas proposições compostas (p v q) é equivalente a:

(A) ~p v ~q
(B) ~p v q
(C) p ^ ~q
(D) ~p ^ ~q

09. (MPE/SC - Analista do Ministério Público - FEPESE/2014) A afirmação logicamente equivalente à sentença: "Se José e Maria trabalham, então João ou Lúcia descansam" é:

a) Se João ou Lúcia descansam, então José e Maria não trabalham.
(B) Se João ou Lúcia descansam, então José ou Maria não trabalham.
(C) Se José e Maria não trabalham, então João e Lúcia não descansam.
(D) Se João e Lúcia não descansam, então José e Maria não trabalham.
(E) Se João e Lúcia não descansam, então José ou Maria não trabalham.

10. (MEC - Todos os Cargos - Conhecimentos Gerais - CESPEUnB/2014) Considerando a proposição P: "Nos processos seletivos, se o candidato for pós-graduado ou souber falar inglês, mas apresentar deficiências em língua portuguesa, essas deficiências não serão toleradas", julgue os itens seguintes acerca da lógica sentencial.

A proposição "O candidato não apresenta deficiências em língua portuguesa ou essas deficiências são toleradas" é logicamente equivalente a "Se o candidato apresenta deficiências em língua portuguesa, então essas deficiências são toleradas".

(certo) (errado)

11. (MPE/SC - Técnico em Informática - FEPESE/2014) A afirmação logicamente equivalente à sentença: "Se o número 5 ou 8 for sorteado, então eu serei rico e famoso" é:

(A) Se eu não for rico ou famoso, então os números 5 e 8 não serão sorteados.
(B) Se eu não for rico e famoso, então os números 5 e 8 não serão sorteados.
(C) Se o número 5 ou 8 não for sorteado, então eu não serei rico e famoso.
(D) Se o número 5 ou 8 não for sorteado, então eu não serei rico ou não serei famoso.
(E) Se eu não for rico ou famoso, então ou o número 5 ou o número 8 não será sorteado.

12. (DESENVOLVE/SP - Contador - VUNESP/2014) Se o sino da igreja toca e minha avó o escuta, então minha avó vai para a igreja.

Uma afirmação equivalente a essa, do ponto de vista lógico, é:

(A) Se minha avó não vai para a igreja, então o sino da igreja não toca ou minha avó não o escuta.
(B) Se minha avó não o escuta, então o sino da igreja não toca e minha avó não vai para a igreja.
(C) Minha avó não o escuta ou o sino da igreja toca ou minha avó vai para a igreja.
(D) Se o sino da igreja toca e minha avó vai para a igreja, então minha avó o escuta.
(E) Se o sino da igreja não toca ou minha avó não o escuta, então minha avó não vai para a igreja.

13. (CBM/RJ - Cabo Técnico em Enfermagem - ND/2014) A sentença logicamente equivalente a "Se Antônio é médico, então Giovana não é casada" é:

(A) Se Giovana é casada, então Antônio é médico.
(B) Antônio não é médico ou Giovana não é casada.
(C) Antônio é médico ou Giovana não é casada.
(D) Antônio não é médico ou Giovana é casada.
(E) Se Giovana não é casada, então Antônio é médico.

14. (MPE/SC - Analista do Ministério Público - FEPESE/2014) Em um país eleições serão realizadas em breve. Sabe-se que se a pessoa A somente será candidata se a pessoa B for candidata. Ainda, se a pessoa C não se candidatar então a pessoa A também não será candidata. Logo:

(A) Se a pessoa B for candidata, então a pessoa A não será candidata.
(B) Se a pessoa B for candidata, então a pessoa C também será candidata.
(C) Se a pessoa B for candidata, então a pessoa C não será candidata.
(D) Se a pessoa B não for candidata, então a pessoa C também será candidata.
(E) Se a pessoa B não for candidata, então a pessoa C não será candidata.

15. (EMPLASA – Analista de Geomática Engenharia da Computação – VUNESP/2014) Uma frase logicamente equivalente a "Se jogo xadrez, então sou bom em matemática" é:

(A) Se sou bom em matemática, então jogo xadrez.
(B) Se não sou bom em matemática, então não jogo xadrez.
(C) Se não jogo xadrez, então não sou bom em matemática.
(D) Posso ser bom em matemática sem saber jogar xadrez.
(E) Posso ser jogador de xadrez sem ser bom em matemática.

Respostas

01. Resposta: C.

O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional. A condicional pode ter duas formas de equivalentes: através de uma disjunção ou por uma outra condicional.

Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: $p \rightarrow q$ equivale a $\sim q \rightarrow \sim p$.

Considerando:

p: Catarina é turista

q: Paulo é estudante.

as negativas destas parcelas seriam:

~p: Catarina não é turista

~q: Paulo não é estudante

A equivalência de condicional por uma conjunção deve seguir a seguinte relação: ~p V q.

Portanto, teríamos: Catarina não é turista OU Paulo é estudante.

Não encontramos esta proposição nas alternativas. Logo, precisamos fazer a contrapositiva: $p \rightarrow q$ equivale a $\sim q \rightarrow \sim p$. Teremos

"Se Paulo não é estudante então, Catarina não é turista".

02. Resposta: C.

O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, que apresenta na sua segunda parcela uma disjunção. A condicional pode ter duas formas de equivalentes: através de uma disjunção ou por uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: $p \rightarrow q$ equivale a $\sim q \rightarrow \sim p$.

A disjunção tem sua negativa por uma conjunção (substituir conectivo "ou" pelo conectivo "e").

Considerando:
p: não chove
q: passeamos.
r: jogamos bola
A equivalência de condicional por uma conjunção deve seguir a seguinte relação: ~p V q.
Portanto, teríamos: chove OU passeamos ou jogamos bola.

03. Resposta: CERTO.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, por uma disjunção. A equivalência de condicional por uma disjunção deve seguir a seguinte relação: ~p V q.
Considerando:
p: eu aceitar o novo emprego
q: ganharei menos, mas ficarei menos tempo no trânsito.
Portanto, teríamos: eu NÃO aceito o novo emprego OU ganharei menos, mas ficarei menos tempo no trânsito.

04. Resposta: CERTO.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, usando uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p.
Considerando:
p: Paulo não foi ao banco
q: ele está sem dinheiro
as negativas destas parcelas seriam:
~p: Paulo foi ao banco
~q: ele NÃO está sem dinheiro.
Montando a contrapositiva teremos: Se Paulo NÃO está sem dinheiro, então ele foi ao banco.
Resposta: Certo.

05. Resposta: ERRADO.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional. A condicional pode ter duas formas de equivalentes: através de uma disjunção (conectivo "ou") ou por uma outra condicional, chamada de contrapositiva. Observamos que se propõe uma equivalência de condicional com uma conjunção (conectivo "e") e isto não está correto.
06. Resposta: CERTO.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, usando uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p.
Considerando:
p: o bem é público
q: não é de ninguém.
As negativas destas parcelas seriam:
~p: o bem não é público
~q: é de ninguém.
Montando a contrapositiva teremos: Se o bem é de alguém, então (o bem) não é público

07. Resposta: ERRADO.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, usando uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p.
Considerando:
p: o bem é público
q: não é de ninguém.
As negativas destas parcelas seriam:
~p: o bem não é público
~q: é de ninguém.
Montando a contrapositiva teremos: Se o bem é de alguém, então (o bem) não é público

08. Resposta: D.
O enunciado pede o equivalente entre duas disjunções do tipo (p v q). A equivalente de uma disjunção (p v q) é (q v p) Vamos montar esta situação e desenvolver a equivalência:

09. Resposta: E.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, usando uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p. Porém, devemos observar que temos na primeira parcela uma conjunção e na segunda parcela da condicional uma disjunção. Cuidado, pois, a contrapositiva requer que se negue ambas as parcelas. E devemos saber que uma conjunção se nega com uma disjunção, após negar as proposições. E uma disjunção se nega com uma conjunção além de se negar as duas proposições.
Considerando:
p: José e Maria trabalham
q: João ou Lúcia descansam.
As negativas destas parcelas seriam:
~p: José ou Maria não trabalham
~q: João e Lúcia não descansam

Montando a contrapositiva teremos: Se João e Lúcia não descansam, então José ou Maria não trabalham.

10. Resposta: CERTO.
O enunciado propõe equivalência entre uma disjunção e uma condicional.
Observamos que a proposição "O candidato não apresenta deficiências em língua portuguesa ou essas deficiências são toleradas" é uma disjunção e, a relação de equivalência condicional é "Se o candidato apresenta deficiências em língua portuguesa, então essas deficiências são toleradas".
Esta equivalência se faz de acordo com a seguinte relação:
~p V q equivale a p → q.
Vamos considerar:
~p: O candidato não apresenta deficiências em língua portuguesa.
p: O candidato apresenta deficiências em língua portuguesa.
q: essas deficiências são toleradas.
Então, a equivalente condicional seria:
"Se o candidato apresenta deficiências em língua portuguesa, então essas deficiências são toleradas". Comparamos com a proposta do enunciado e verificamos que são idênticas.

11. Resposta: A.
O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional, usando uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p. Porém, devemos observar que temos na primeira parcela uma disjunção e na segunda parcela da condicional uma conjunção. Cuidado, pois, a contrapositiva requer que se negue ambas as parcelas. E devemos saber que uma conjunção se nega com uma disjunção, após negar as proposições. E uma disjunção se nega com uma conjunção além de se negar as duas proposições.
Considerando:
p: o número 5 ou 8 for sorteado
q: serei rico e famoso.

As negativas destas parcelas seriam:
~p: os números 5 e 8 NÂO forem sorteados.
~q: NÃO serei rico ou famoso.

Montando a contrapositiva teremos: Se eu NÃO for rico ou famoso, então os números 5 e 8 NÂO serão sorteados.

12. Resposta: A.

O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional. A condicional pode ter duas formas de equivalentes: através de uma disjunção ou por uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p. Observando as alternativas percebemos que a maioria é de condicionais. Logo, é mais indicado tentarmos a contrapositiva. Se a contrapositiva não estiver entre as alternativas, por exclusão, a resposta será a alternativa C (e nem precisaremos fazer a disjunção). Lembrando que a primeira parcela da condicional traz uma conjunção e esta é negada através da disjunção.

Considerando:

p: o sino da igreja toca e minha avó o escuta

q: minha avó vai para a igreja

as negativas destas parcelas seriam:

~p: o sino da igreja Não toca OU minha avó NÃO o escuta

~q: minha avó NÃO vai para a igreja

A contrapositiva: p → q equivale a ~q → ~p.

“Se minha avó NÃO vai para a igreja, então o sino da igreja Não toca OU minha avó NÃO o escuta”.

Encontramos esta estrutura na alternativa A.

13. Resposta: B.

O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional. A condicional pode ter duas formas de equivalentes: através de uma disjunção ou por uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p.

Considerando:

p: Antônio e médico

q: Giovana não é casada.

As negativas destas parcelas seriam:

~p: Antônio NÃO é médico

~q: Giovana é casada

A equivalência de condicional por uma conjunção deve seguir a seguinte relação: ~p V q.

Portanto, teríamos: Antônio NÃO é médico OU Giovana não é casada.

Encontramos esta proposição na alternativa B. Não precisamos testar a contrapositiva.

14. Resposta: B.

Vejam as implicações do enunciado:

- A somente será candidata se a pessoa B for candidata.

- Se C não se candidatar então a pessoa A também não será candidata

Vamos analisar as alternativas e ver se procede o que se diz.

(A) Se a pessoa B for candidata, então a pessoa A não será candidata.

Errado Se B se candidatar A também se candidatará.

(B) Se a pessoa B for candidata, então a pessoa C também será candidata.

Como B se candidata A também se candidata. Se A se candidata C também se candidata. Podemos concluir por transitoriedade das implicações.

15. Resposta: B.

O enunciado propõe uma relação de equivalência para uma condicional. A condicional pode ter duas formas de equivalentes: através de uma disjunção ou por uma outra condicional. Esta forma chama-se contrapositiva e tem a seguinte estrutura: p → q equivale a ~q → ~p.

Considerando:

p: jogo xadrez

q: sou bom em matemática.

As negativas destas parcelas seriam:

~p: NÃO jogo xadrez

~q: não sou bom em matemática

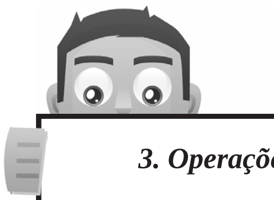
A equivalência de condicional por uma conjunção deve seguir a seguinte relação: ~p V q.

Portanto, teríamos: NÃO jogo xadrez OU sou bom em matemática.

Não encontramos esta equivalente. Vamos, então, fazer a equivalente pela contrapositiva.

Se não sou bom em matemática então, NÃO jogo xadrez.

Encontramos esta proposição na alternativa B.



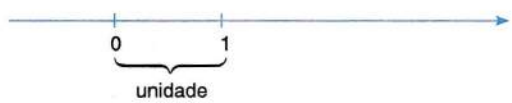
3. Operações com números reais.

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS - N

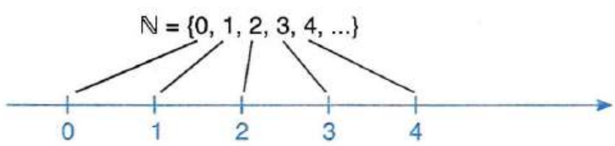
O conjunto dos números naturais é representado pela letra maiúscula ***N*** e estes números são construídos com os algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que também são conhecidos como algarismos indo-arábicos. No século VII, os árabes invadiram a Índia, difundindo o seu sistema numérico.

Embora o zero não seja um número natural no sentido que tenha sido proveniente de objetos de contagens naturais, iremos considerá-lo como um número natural uma vez que ele tem as mesmas propriedades algébricas que os números naturais. Na verdade, o zero foi criado pelos hindus na montagem do sistema posicional de numeração para suprir a deficiência de algo nulo.

Na sequência consideraremos que os naturais têm início com o número zero e escreveremos este conjunto como: N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}



As reticências (três pontos) indicam que este conjunto não tem fim. **N** é um conjunto com infinitos números.



Excluindo o zero do conjunto dos números naturais, o conjunto será representado por:

N* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...}

Subconjuntos notáveis em N:

1 – Números Naturais não nulos N* ={1,2,3,4,...,n,...}; N* = N-{0}	**2 – Números Naturais pares** N_p = {0,2,4,6,...,2n,...}; com n N
3 - Números Naturais ímpares N_i = {1,3,5,7,...,2n+1,...} com n N	**4 - Números primos** P={2,3,5,7,11,13...}

A construção dos Números Naturais

- Todo número natural dado tem um sucessor (número que vem depois do número dado), considerando também o zero.

Exemplos: Seja m um número natural.

a) O sucessor de m é m+1.
b) O sucessor de 0 é 1.
c) O sucessor de 3 é 4.

- Se um número natural é sucessor de outro, então os dois números juntos são chamados números consecutivos.

Exemplos:

a) 1 e 2 são números consecutivos.
b) 7 e 8 são números consecutivos.
c) 50 e 51 são números consecutivos.

- Vários números formam uma coleção de números naturais consecutivos se o segundo é sucessor do primeiro, o terceiro é sucessor do segundo, o quarto é sucessor do terceiro e assim sucessivamente.

Exemplos:

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são consecutivos.
b) 7, 8 e 9 são consecutivos.
c) 50, 51, 52 e 53 são consecutivos.

- Todo número natural dado N, exceto o zero, tem um antecessor (número que vem antes do número dado).

Exemplos: Se m é um número natural finito diferente de zero.

a) O antecessor do número m é m-1.
b) O antecessor de 2 é 1.
c) O antecessor de 56 é 55.
d) O antecessor de 10 é 9.

O conjunto abaixo é conhecido como o conjunto dos números naturais pares. Embora uma sequência real seja outro objeto matemático denominado função, algumas vezes utilizaremos a denominação sequência dos números naturais pares para representar o conjunto dos números naturais pares: P = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}

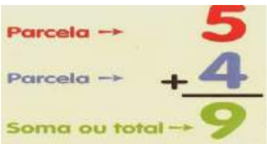
O conjunto abaixo é conhecido como o conjunto dos números naturais ímpares, às vezes também chamados, a sequência dos números ímpares. I = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...}

Operações com Números Naturais

Na sequência, estudaremos as duas principais operações possíveis no conjunto dos números naturais. Praticamente, toda a Matemática é construída a partir dessas duas operações: adição e multiplicação.

- Adição de Números Naturais

A primeira operação fundamental da Aritmética tem por finalidade reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números.



-Subtração de Números Naturais

É usada quando precisamos tirar uma quantia de outra, é a operação inversa da adição. A operação de subtração só é válida nos naturais quando subtraímos o maior número do menor, ou seja quando a-b tal que a ≥ b.

Obs.: o minuendo também é conhecido como aditivo e o subtraendo como subtrativo.

- Multiplicação de Números Naturais

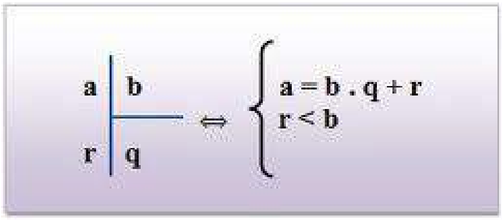
É a operação que tem por finalidade adicionar o primeiro número denominado multiplicando ou parcela, tantas vezes quantas são as unidades do segundo número denominadas multiplicador.

- 2 vezes 5 é somar o número 2 cinco vezes: 2 x 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10. Podemos no lugar do “x” (vezes) utilizar o ponto “. “, para indicar a multiplicação).

- Divisão de Números Naturais

Dados dois números naturais, às vezes necessitamos saber quantas vezes o segundo está contido no primeiro. O primeiro número que é o maior é denominado dividendo e o outro número que é menor é o divisor. O resultado da divisão é chamado quociente. Se multiplicarmos o divisor pelo quociente obteremos o dividendo.

No conjunto dos números naturais, a divisão não é fechada, pois nem sempre é possível dividir um número natural por outro número natural e na ocorrência disto a divisão não é exata.



Relações essenciais numa divisão de números naturais:

- Em uma divisão exata de **números naturais**, o **divisor deve ser menor do que o dividendo**.

35 : 7 = 5

- Em uma divisão exata de **números naturais**, o **dividendo é o produto do divisor pelo quociente**.

35 = 5 x 7

- **A divisão de um número natural n por zero não é possível** pois, se admitíssemos que o quociente fosse q, então poderíamos escrever: n ÷ 0 = q e isto significaria que: n = 0 x q = 0 o que não é correto! Assim, a divisão de n por 0 não tem sentido ou ainda é dita impossível.

Propriedades da Adição e da Multiplicação dos números Naturais

Para todo a, b e c

1) Associativa da adição: (a + b) + c = a + (b + c)
2) Comutativa da adição: a + b = b + a
3) Elemento neutro da adição: a + 0 = a
4) Associativa da multiplicação: (a.b).c = a. (b.c)
5) Comutativa da multiplicação: a.b = b.a
6) Elemento neutro da multiplicação: a.1 = a
7) Distributiva da multiplicação relativamente à adição: a.(b +c) = ab + ac
8) Distributiva da multiplicação relativamente à subtração: a .(b –c) = ab –ac
9) Fechamento: tanto a adição como a multiplicação de um número natural por outro número natural, continua como resultado um número natural.

Questões

01. (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) A partir de 1º de março, uma cantina escolar adotou um sistema de recebimento por cartão eletrônico. Esse cartão funciona como uma conta corrente: coloca-se crédito e vão sendo debitados os gastos. É possível o saldo negativo. Enzo toma lanche diariamente na cantina e sua mãe credita valores no cartão todas as semanas. Ao final de março, ele anotou o seu consumo e os pagamentos na seguinte tabela:

	Valor Gasto	Valor Creditado
1ª semana	R$ 27,00	R$ 40,00
2ª semana	R$ 33,00	R$ 30,00
3ª semana	R$ 42,00	R$ 35,00
4ª semana	R$ 25,00	R$ 15,00

No final do mês, Enzo observou que tinha
(A) crédito de R$ 7,00.
(B) débito de R$ 7,00.
(C) crédito de R$ 5,00.
(D) débito de R$ 5,00.
(E) empatado suas despesas e seus créditos.

02. (PREF. IMARUI/SC – AUXILIAR DE SERVIÇOS GERAIS - PREF. IMARUI/2014) José, funcionário público, recebe salário bruto de R$ 2.000,00. Em sua folha de pagamento vem o desconto de R$ 200,00 de INSS e R$ 35,00 de sindicato. Qual o salário líquido de José?
(A) R$ 1800,00
(B) R$ 1765,00
(C) R$ 1675,00
(D) R$ 1665,00

03. (Professor/Pref.de Itaboraí) O quociente entre dois números naturais é 10. Multiplicando-se o dividendo por cinco e reduzindo-se o divisor à metade, o quociente da nova divisão será:
(A) 2
(B) 5
(C) 25
(D) 50
(E) 100

04. (PREF. ÁGUAS DE CHAPECÓ – OPERADOR DE MÁQUINAS – ALTERNATIVE CONCURSOS) Em uma loja, as compras feitas a prazo podem ser pagas em até 12 vezes sem juros. Se João comprar uma geladeira no valor de R$ 2.100,00 em 12 vezes, pagará uma prestação de:
(A) R$ 150,00.
(B) R$ 175,00.
(C) R$ 200,00.
(D) R$ 225,00.

05. PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Ontem, eu tinha 345 bolinhas de gude em minha coleção. Porém, hoje, participei de um campeonato com meus amigos e perdi 67 bolinhas, mas ganhei outras 90. Sendo assim, qual a quantidade de bolinhas que tenho agora, depois de participar do campeonato?
(A) 368
(B) 270
(C) 365
(D) 290
(E) 376

06. (Pref. Niterói) João e Maria disputaram a prefeitura de uma determinada cidade que possui apenas duas zonas eleitorais. Ao final da sua apuração o Tribunal Regional Eleitoral divulgou a seguinte tabela com os resultados da eleição. A quantidade de eleitores desta cidade é:

	1ª Zona Eleitoral	2ª Zona Eleitoral
João	1750	2245
Maria	850	2320
Nulos	150	217
Brancos	18	25
Abstenções	183	175

(A) 3995
(B) 7165
(C) 7532
(D) 7575
(E) 7933

07. (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Durante um mutirão para promover a limpeza de uma cidade, os 15.000 voluntários foram igualmente divididos entre as cinco regiões de tal cidade. Sendo assim, cada região contou com um número de voluntários igual a:
(A) 2500
(B) 3200
(C) 1500
(D) 3000
(E) 2000

08. EBSERH/HU-UFGD – Técnico em Informática – AOCP/2014) Joana pretende dividir um determinado número de bombons entre seus 3 filhos. Sabendo que o número de bombons é maior que 24 e menor que 29, e que fazendo a divisão cada um dos seus 3 filhos receberá 9 bombons e sobrará 1 na caixa, quantos bombons ao todo Joana possui?
(A) 24.
(B) 25.
(C) 26.
(D) 27.
(E) 28

09. (CREFITO/SP – ALMOXARIFE – VUNESP/2012) O sucessor do dobro de determinado número é 23. Esse mesmo determinado número somado a 1 e, depois, dobrado será igual a
(A) 24.
(B) 22.
(C) 20.
(D) 18.
(E) 16.

10. (Prefeitura Municipal de Ribeirão Preto/SP – Agente de Administração – VUNESP/2014) Em uma gráfica, a máquina utilizada para imprimir certo tipo de calendário está com defeito, e, após imprimir 5 calendários perfeitos (P), o próximo sai com defeito (D), conforme mostra o esquema.

P	P	P	P	P	*D*	P	P	P	P	P	*D*	...

Considerando que, ao se imprimir um lote com 5 000 calendários, os cinco primeiros saíram perfeitos e o sexto saiu com defeito e que essa mesma sequência se manteve durante toda a impressão do lote, é correto dizer que o número de calendários perfeitos desse lote foi

(A) 3 642.
(B) 3 828.
(C) 4 093.
(D) 4 167.
(E) 4 256.

Respostas

01. Resposta: B.
Crédito: 40 + 30 + 35 + 15 = 120
Débito: 27 + 33 + 42 + 25 = 127
120 – 127 = - 7
Ele tem um débito de R$ 7,00.

02. Resposta: B.
2000 – 200 = 1800 – 35 = 1765
O salário líquido de José é R$ 1.765,00.

03. Resposta: E.
D= dividendo
d= divisor
Q = quociente = 10
R= resto = 0 (divisão exata)
Equacionando:
D = d.Q + R
D = d.10 + 0 ➔ D = 10d
Pela nova divisão temos:

$5D = \frac{d}{2}.Q \quad \rightarrow 5.(10d) = \frac{d}{2}.Q$, isolando Q temos:

$$Q = \frac{50d}{\frac{d}{2}} \quad \rightarrow Q = 50d.\frac{2}{d} \quad \rightarrow Q = 50.2 \ \rightarrow Q = 100$$

04. Resposta: B.

$$\frac{2100}{12} = 175$$

Cada prestação será de R$175,00

05. Resposta: A.
345 – 67 = 278
Depois ganhou 90
278 + 90 = 368

06. Resposta: E.
Vamos somar a 1ª Zona: 1750 + 850 + 150 + 18 + 183 = 2951
2ª Zona: 2245 + 2320 + 217 + 25 + 175 = 4982
Somando os dois: 2951 + 4982 = 7933

07. Resposta: D.

$$\frac{15000}{5} = 3000$$

Cada região terá 3000 voluntários.

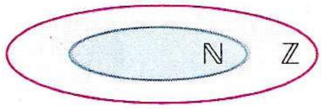
08. Resposta: E.
Sabemos que 9. 3 = 27 e que, para sobrar 1, devemos fazer 27 + 1 = 28.

09. Resposta: A.
Se o sucessor é 23, o dobro do número é 22, portanto o número é 11.
(11 + 1) . 2 = 24

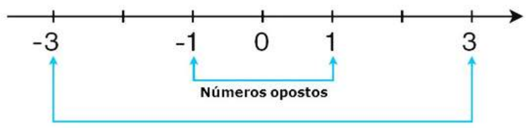
10. Resposta: D.
Vamos dividir 5000 pela sequência repetida (6):
5000 / 6 = 833 + resto 2.
Isto significa que saíram 833. 5 = 4165 calendários perfeitos, mais 2 calendários perfeitos que restaram na conta de divisão.
Assim, são 4167 calendários perfeitos.

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS – Z

Definimos o conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...}, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Este conjunto é denotado pela letra Z (Zahlen = número em alemão).



$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

O conjunto dos números inteiros possui alguns subconjuntos notáveis:

- O conjunto dos números inteiros **não nulos**:
Z* = {..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4,...};
Z* = Z – {0}

- O conjunto dos números inteiros **não negativos**:
Z_+ = {0, 1, 2, 3, 4,...}
Z_+ é o próprio conjunto dos números naturais: Z_+ = N

- O conjunto dos números inteiros **positivos**:
Z^*_+ = {1, 2, 3, 4,...}

- O conjunto dos números inteiros **não positivos**:
Z_ = {..., -5, -4, -3, -2, -1, 0}

- O conjunto dos números inteiros **negativos**:
Z*_ = {..., -5, -4, -3, -2, -1}

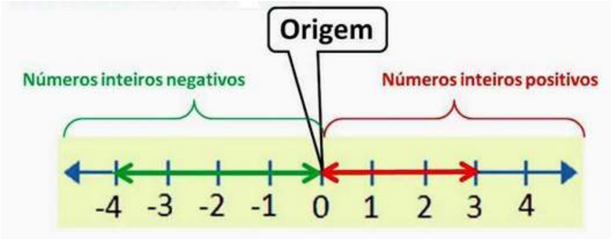
Módulo: chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo por | |.

O módulo de 0 é 0 e indica-se |0| = 0
O módulo de +7 é 7 e indica-se |+7| = 7
O módulo de –9 é 9 e indica-se |–9| = 9
O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: Dois números inteiros são ditos opostos um do outro quando apresentam soma zero; assim, os pontos que os representam distam igualmente da origem.

Exemplo: O oposto do número 3 é -3, e o oposto de -3 é 3, pois 3 + (-3) = (-3) + 3 = 0

No geral, dizemos que o oposto, ou simétrico, de *a* é – *a*, e vice-versa; particularmente o oposto de zero é o próprio zero.



Adição de Números Inteiros

Para melhor entendimento desta operação, associaremos aos números inteiros positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder.

Ganhar 5 + ganhar 3 = ganhar 8 (+ 5) + (+ 3) = (+8)

Perder 3 + perder 4 = perder 7 (- 3) + (- 4) = (- 7)

Ganhar 8 + perder 5 = ganhar 3 (+ 8) + (- 5) = (+ 3)

Perder 8 + ganhar 5 = perder 3 (- 8) + (+ 5) = (- 3)

O sinal (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal (–) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

➔Subtração de Números Inteiros

A subtração é empregada quando:

- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.

A subtração é a operação inversa da adição.

4 – 5 = -1 Observe que em uma subtração o sinal do resultado é do maior número!!!

Considere as seguintes situações:

1- Na segunda-feira, a temperatura de Monte Sião passou de +3 graus para +6 graus. Qual foi a variação da temperatura?

Esse fato pode ser representado pela subtração: (+6) – (+3) = +3

2- Na terça-feira, a temperatura de Monte Sião, durante o dia, era de +6 graus. À Noite, a temperatura baixou de 3 graus. Qual a temperatura registrada na noite de terça-feira?

Esse fato pode ser representado pela adição: (+6) + (–3) = +3

Se compararmos as duas igualdades, verificamos que (+6) – (+3) é o mesmo que (+6) + (–3).

Temos:

(+6) – (+3) = (+6) + (–3) = +3

(+3) – (+6) = (+3) + (–6) = –3

(–6) – (–3) = (–6) + (+3) = –3

Daí podemos afirmar: Subtrair dois números inteiros é o mesmo que adicionar o primeiro com o oposto do segundo.

Fique Atento: todos parênteses, colchetes, chaves, números, ... , entre outros, precedidos de sinal negativo, tem o seu sinal invertido, ou seja, é dado o seu oposto.

Multiplicação de Números Inteiros

A multiplicação funciona como uma forma simplificada de uma adição quando os números são repetidos. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos ganhando repetidamente alguma quantidade, como por exemplo, ganhar 1 objeto por 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e esta repetição pode ser indicada por um **x**, isto é: 1 + 1 + 1 ... + 1 + 1 = 30 x 1 = 30

Se trocarmos o número 1 pelo número 2, obteremos: 2 + 2 + 2 + ... + 2 + 2 = 30 x 2 = 60

Se trocarmos o número 2 pelo número -2, obteremos: (–2) + (–2) + ... + (–2) = 30 x (-2) = –60

Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.

Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.

Divisão de Números Inteiros

- Divisão exata de números inteiros.

Veja o cálculo:

(– 20) : (+ 5) = q ⇨ (+ 5) . q = (– 20) ⇨ q = (– 4)

Logo: (– 20) : (+ 5) = - 4

Considerando os exemplos dados, concluímos que, para efetuar a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor.

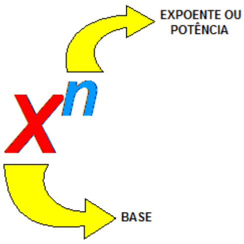
Exemplo: (+7) : (–2) ou (–19) : (–5) são divisões que não podem ser realizadas em *Z*, pois o resultado não é um número inteiro.

- No conjunto *Z*, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.
- Não existe divisão por zero.
- Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.

Exemplo: 0 : (–10) = 0 b) 0 : (+6) = 0 c) 0 : (–1) = 0

Potenciação de Números Inteiros

A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.a^n = a x a x a x a x ... x a , *a* é multiplicado por *a* *n* vezes



Exemplos:
$3^3 = (3) \times (3) \times (3) = 27$
$(-5)^5 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = -3125$
$(-7)^2 = (-7) \times (-7) = 49$
$(+9)^2 = (+9) \times (+9) = 81$

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.
Exemplo: $(+3)^2 = (+3) . (+3) = +9$

- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.
Exemplo: $(-8)^2 = (-8) . (-8) = +64$
- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.
Exemplo: $(-5)^3 = (-5) . (-5) . (-5) = -125$

- Propriedades da Potenciação:

1) Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(-7)^3 . (-7)^6 = (-7)^{3+6} = (-7)^9$

2) Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(-13)^8 : (-13)^6 = (-13)^{8-6} = (-13)^2$

3) Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(-8)^5]^2 = (-8)^{5 . 2} = (-8)^{10}$

4) Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(-8)^1 = -8$ e $(+70)^1 = +70$

5) Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1.
Exemplo: $(+3)^0 = 1$ e $(-53)^0 = 1$

Radiciação de Números Inteiros

A raiz n-ésima (de ordem *n*) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo b* que elevado à potência *n* fornece o número *a*. O número *n* é o índice da raiz enquanto que o número *a* é o radicando (que fica sob o sinal do radical).

A raiz quadrada (de ordem 2) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro *não negativo* que elevado ao quadrado coincide com o número *a*.

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:

$\sqrt{9} = \pm 3$, mas isto está errado. O certo é: $\sqrt{9} = +3$

Erro comum: Frequentemente lemos em materiais didáticos e até mesmo ocorre em algumas aulas aparecimento de:
$\sqrt{9} = \pm 3$, mas isto está errado. O certo é: $\sqrt{9} = +3$

Observamos que não existe um número inteiro não negativo que multiplicado por ele mesmo resulte em um número negativo.

A raiz cúbica (de ordem 3) de um número inteiro *a* é a operação que resulta em outro número inteiro que elevado ao cubo seja igual ao número *a*. Aqui não restringimos os nossos cálculos somente aos números não negativos.

Exemplos:
(a) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

(b) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$.

(c) $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.

(d) $\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$.

Observação: Ao obedecer à regra dos sinais para o produto de números inteiros, concluímos que:
(1) Se o índice da raiz for par, não existe raiz de número inteiro negativo.
(2) Se o índice da raiz for ímpar, é possível extrair a raiz de qualquer número inteiro.

Propriedades da Adição e da Multiplicação dos números Inteiros

Para todo a, b e c $\in Z$
1) Associativa da adição: (a + b) + c = a + (b + c)
2) Comutativa da adição: a + b = b +a
3) Elemento neutro da adição : a + 0 = a
4) Elemento oposto da adição: a + (-a) = 0
5) Associativa da multiplicação: (a.b).c = a. (b.c)
6) Comutativa da multiplicação : a.b = b.a
7) Elemento neutro da multiplicação: a.1 = a
8) Distributiva da multiplicação relativamente à adição: a.(b +c) = ab + ac
9) Distributiva da multiplicação relativamente à subtração: a .(b –c) = ab –ac
10) Elemento inverso da multiplicação: Para todo inteiro *z* diferente de zero, existe um inverso
$z^{-1} = 1/z$ em *Z*, tal que, $z \times z^{-1} = z \times (1/z) = 1$
11) Fechamento: tanto a adição como a multiplicação de um número natural por outro número natural, continua como resultado um número natural.

Questões

01. (TRF 2ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2012) Uma operação λ é definida por:
$w^{\lambda} = 1 - 6w$, para todo inteiro w.
Com base nessa definição, é correto afirmar que a soma $2^{\lambda} + (1^{\lambda})^{\lambda}$ é igual a
(A) −20.
(B) −15.
(C) −12.
(D) 15.
(E) 20.

02. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Ruth tem somente R$ 2.200,00 e deseja gastar a maior quantidade possível, sem ficar devendo na loja.
Verificou o preço de alguns produtos:

TV: R$ 562,00
DVD: R$ 399,00
Micro-ondas: R$ 429,00
Geladeira: R$ 1.213,00

Na aquisição dos produtos, conforme as condições mencionadas, e pagando a compra em dinheiro, o troco recebido será de:
(A) R$ 84,00
(B) R$ 74,00
(C) R$ 36,00
(D) R$ 26,00
(E) R$ 16,00

03. (BNDES – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – CESGRANRIO/2013) Multiplicando-se o maior número inteiro menor do que 8 pelo menor número inteiro maior do que - 8, o resultado encontrado será
(A) - 72
(B) - 63
(C) - 56
(D) - 49
(E) – 42

04. (SEPLAG - POLÍCIA MILITAR/MG - ASSISTENTE ADMINISTRATIVO - FCC/2012) Em um jogo de tabuleiro, Carla e Mateus obtiveram os seguintes resultados:

Carla	
1ª partida	Ganhou 520 pontos
2ª partida	Perdeu 220 pontos
3ª partida	Perdeu 485 pontos
4ª partida	Ganhou 635 pontos

Mateus	
1ª partida	Perdeu 280 pontos
2ª partida	Ganhou 675 pontos
3ª partida	Ganhou 295 pontos
4ª partida	Perdeu 115 pontos

Ao término dessas quatro partidas,

(A) Carla perdeu por uma diferença de 150 pontos.
(B) Mateus perdeu por uma diferença de 175 pontos.
(C) Mateus ganhou por uma diferença de 125 pontos.
(D) Carla e Mateus empataram.

05. (Operador de máq./Pref. Coronel Fabriciano/MG) Quantos são os valores inteiros e positivos de x para os quais $\frac{x+15}{x+5}$ é um número inteiro?
(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

06. (CASA DA MOEDA) O quadro abaixo indica o número de passageiros num voo entre Curitiba e Belém, com duas escalas, uma no Rio de Janeiro e outra em Brasília. Os números positivos indicam a quantidade de passageiros que subiram no avião e os negativos, a quantidade dos que desceram em cada cidade.

Curitiba	**+240**
Rio de Janeiro	**-194** **+158**
Brasília	**-108** **+94**

O número de passageiros que chegou a Belém foi:
(A) 362
(B) 280
(C) 240
(D) 190
(E) 135

07. (Pref.de Niterói) As variações de temperatura nos desertos são extremas. Supondo que durantes o dia a temperatura seja de 45ºC e à noite seja de -10ºC, a diferença de temperatura entre o dia e noite, em ºC será de:
(A) 10
(B) 35
(C) 45
(D) 50
(E) 55

08. (Pref.de Niterói) Um trabalhador deseja economizar para adquirir a vista uma televisão que custa R$ 420,00. Sabendo que o mesmo consegue economizar R$ 35,00 por mês, o número de meses que ele levará para adquirir a televisão será:
(A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12
(E) 15

09. (Pref.de Niterói) Um estudante empilhou seus livros, obtendo uma única pilha 52cm de altura. Sabendo que 8 desses livros possui uma espessura de 2cm, e que os livros restantes possuem espessura de 3cm, o número de livros na pilha é:
(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 20
(E) 22

10. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO/2014) Um menino estava parado no oitavo degrau de uma escada, contado a partir de sua base (parte mais baixa da escada). A escada tinha 25 degraus. O menino subiu mais 13 degraus. Logo em seguida, desceu 15 degraus e parou novamente.

A quantos degraus do topo da escada ele parou?
(A) 8
(B) 10
(C) 11
(D) 15
(E) 19

Respostas

01. Resposta: E.
Pela definição:
Fazendo w = 2

$$2^{\lambda} = 1 - 6 \cdot 2 = -11$$
$$1^{\lambda} = 1 - 6 \cdot 1 = -5$$
$$\left(1^{\lambda}\right)^{\lambda} = 1 - 6 \cdot (-5) = 31$$
$$2^{\lambda} + \left(1^{\lambda}\right)^{\lambda} = -11 + 31 = 20$$

02. Resposta: D.
Geladeira + Micro-ondas + DVD = 1213 + 429 + 399 = 2041
Geladeira + Micro-ondas + TV = 1213 + 429 + 562 = 2204, extrapola o orçamento
Geladeira + TV + DVD = 1213 + 562 + 399 = 2174, é a maior quantidade gasta possível dentro do orçamento.
Troco:2200 – 2174 = 26 reais

03. Resposta: D.
Maior inteiro menor que 8 é o 7
Menor inteiro maior que - 8 é o - 7.
Portanto: 7·(- 7) = - 49

04. Resposta: C.
Carla: 520 – 220 – 485 + 635 = 450 pontos
Mateus: - 280 + 675 + 295 – 115 = 575 pontos
Diferença: 575 – 450 = 125 pontos

05. Resposta: C.
Fazendo substituição dos valores de x, dentro dos conjuntos do inteiros positivos temos:

$x = 0 ; \frac{15}{5} = 3 \quad x = 1 \; \frac{16}{6} = não\ é\ inteiro \;\therefore\; x = 2 \; \frac{17}{7} = não\ é\ inteiro$

$x = 5 \; \frac{20}{10} = 2$, logo os únicos números que satisfazem a condição é x = 0 e x = 5 , dois números apenas.

06. Resposta: D.
240 - 194 + 158 - 108 + 94 = 190

07. Resposta: E.
45 – (- 10) = 55

08. Resposta: D.
420 : 35 = 12 meses

09. Resposta: D.
São 8 livros de 2 cm: 8.2 = 16 cm
Como eu tenho 52 cm ao todo e os demais livros tem 3 cm, temos:
52 - 16 = 36 cm de altura de livros de 3 cm
36 : 3 = 12 livros de 3 cm
O total de livros da pilha: 8 + 12 = 20 livros ao todo.

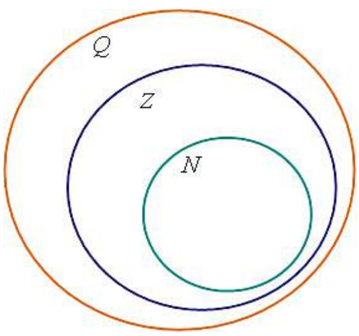
10. Resposta: E.
8 + 13 = 21
21– 15 = 6
25 – 6 = 19

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS – Q

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde *m* e *n* são números inteiros, sendo que *n* deve ser diferente de zero. Frequentemente usamos *m/n* para significar a divisão de *m* por *n*.

Como podemos observar, números racionais podem ser obtidos através da razão entre dois números inteiros, razão pela qual, o conjunto de todos os números racionais é denotado por *Q*. Assim, é comum encontrarmos na literatura a notação:

Q = {$\frac{m}{n}$: m e n em Z, n diferente de zero}



No conjunto *Q* destacamos os seguintes subconjuntos:
- Q^* = conjunto dos racionais *não nulos*;
- Q_+ = conjunto dos racionais *não negativos*;
- Q^*_+ = conjunto dos racionais *positivos*;
- Q_- = conjunto dos racionais *não positivos*;
- Q^*_- = conjunto dos racionais *negativos*.

Representação Decimal das Frações

Tomemos um número racional $\frac{p}{q}$, tal que *p* não seja múltiplo de *q*. Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

1º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos. Decimais Exatos:

$\frac{2}{5} = 0{,}4$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

$\frac{35}{4} = 8{,}75$

$\frac{153}{50} = 3{,}06$

2º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos), repetindo-se periodicamente. Decimais Periódicos ou Dízimas Periódicas:

$\frac{1}{3} = 0{,}333...$

$\frac{1}{22} = 0{,}04545...$

$\frac{167}{66} = 2{,}53030...$

Representação Fracionária dos Números Decimais

Trata-se do problema inverso: estando o número racional escrito na forma decimal, procuremos escrevê-lo na forma de fração. Temos dois casos:

1º) Transformamos o número em uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado:

$0{,}9 = \frac{9}{10}$

$5{,}7 = \frac{57}{10}$

$0{,}76 = \frac{76}{100}$

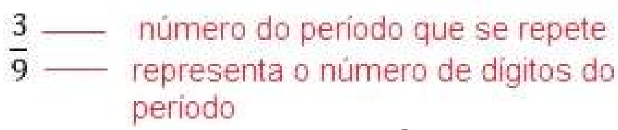
$3{,}48 = \frac{348}{100}$

$0{,}005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

2º) Devemos achar a fração geratriz da dízima dada; para tanto, vamos apresentar o procedimento através de alguns exemplos:

Exemplos:
1) Seja a dízima 0, 333....

Veja que o período que se repete é apenas 1(formado pelo 3) ➔ então vamos colocar um 9 no denominador e repetir no numerador o período.



Assim, a geratriz de 0,333... é a fração $\frac{3}{9}$.

2) Seja a dízima 5, 1717....

O período que se repete é o 17, logo dois noves no denominador (99). Observe também que o 5 é a parte inteira, logo ele vem na frente:

$$5\frac{17}{99} \rightarrow temos\ uma\ fração\ mista, tranformando$$

$$\rightarrow (5.99 + 17) = 512, logo: \frac{512}{99}$$

Assim, a geratriz de 5,1717... é a fração $\frac{512}{99}$.

> Neste caso para transformarmos uma dízima periódica simples em fração basta utilizarmos o dígito 9 no denominador para cada quantos dígitos tiver o período da dízima.

3) Seja a dízima 1, 23434...

O número 234 é a junção do ante período com o período. Neste caso temos um dízima periódica é composta, pois existe uma parte que não se repete e outra que se repete. Neste caso temos um ante período (2) e o período (34). Ao subtrairmos deste número o ante período(234-2), obtemos 232, o numerador. O denominador é formado por tantos dígitos 9 – que correspondem ao período, neste caso 99(dois noves) – e pelo dígito 0 – que correspondem a tantos dígitos tiverem o ante período, neste caso 0(um zero).

Simplificando por 2, obtemos x = $\frac{611}{495}$, a fração geratriz da dízima 1, 23434...

$$1\frac{232}{990} \rightarrow temos\ uma\ fração\ mista, tranformando - a$$

$$\rightarrow (1.990 + 232) = 512, logo: \frac{1222}{990}$$

Módulo ou valor absoluto: É a distância do ponto que representa esse número ao ponto de abscissa zero.

Exemplos:

1) Módulo de $-\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|-\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

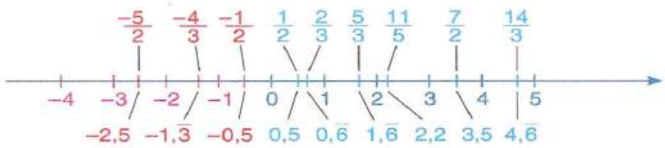
2) Módulo de $+\frac{3}{2}$ é $\frac{3}{2}$. Indica-se $\left|+\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right|$

Números Opostos: Dizemos que $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ são números racionais opostos ou simétricos e cada um deles é o oposto do outro. As distâncias dos pontos $-\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{2}$ ao ponto zero da reta são iguais.

Inverso de um Número Racional

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}, a \neq 0 = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}, b \neq 0$$

Representação geométrica dos Números Racionais



Observa-se que entre dois inteiros consecutivos existem infinitos números racionais.

Soma (Adição) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos a adição entre os números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que a soma de frações, através de:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Subtração de Números Racionais

A subtração de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de adição do número *p* com o oposto de *q*, isto é: *p – q = p + (–q)*

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Multiplicação (Produto) de Números Racionais

Como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos o produto de dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que o produto de frações, através de:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

O produto dos números racionais *a/b* e *c/d* também pode ser indicado por *a/b × c/d*, *a/b.c/d* . Para realizar a multiplicação de números racionais, devemos obedecer à mesma regra de sinais que vale em toda a Matemática:

Podemos assim concluir que o produto de **dois números com o mesmo sinal é positivo**, mas o produto de **dois números com sinais diferentes é negativo**.

➔ Propriedades da Adição e Multiplicação de Números Racionais

1) Fechamento: O conjunto *Q* é fechado para a operação de adição e multiplicação, isto é, a soma e a multiplicação de dois números racionais ainda é um número racional.

2) Associativa da adição: Para todos *a*, *b*, *c* em *Q: a + (b + c) = (a + b) + c*

3) Comutativa da adição: Para todos a, b em *Q: a + b = b + a*

4) Elemento neutro da adição: Existe 0 em *Q*, que adicionado a todo *q* em Q, proporciona o próprio *q*, isto é: *q + 0 = q*

5) Elemento oposto: Para todo q em *Q*, existe -q em Q, tal que *q + (–q) = 0*

6) Associativa da multiplicação: Para todos a, b, c em *Q: a × (b × c) = (a × b) × c*

7) Comutativa da multiplicação: Para todos a, b em *Q: a × b = b × a*

8) Elemento neutro da multiplicação: Existe 1 em *Q*, que multiplicado por todo q em *Q*, proporciona o próprio q, isto é: $q \times 1 = q$

9) Elemento inverso da multiplicação: Para todo q = $\frac{a}{b}$ em *Q*, q diferente de zero, existe :

$$q^{-1} = \frac{b}{a} \text{ em } Q\text{: } q \times q^{-1} = 1 \qquad \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

10) Distributiva da multiplicação: Para todos a, b, c em *Q*: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

➔ Divisão(Quociente) de Números Racionais

A divisão de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de multiplicação do número *p* pelo inverso de *q*, isto é: $p \div q = p \times q^{-1}$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d} = \frac{a}{b}.\frac{d}{c}$$

Potenciação de Números Racionais

A potência q^n do número racional *q* é um produto de *n* fatores iguais. O número *q* é denominado a base e o número *n* é o expoente.

$q^n = q \times q \times q \times q \times ... \times q$, (*q* aparece *n* vezes)

Exemplos:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right) . \left(\frac{2}{5}\right) . \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) . \left(-\frac{1}{2}\right) . \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

- Propriedades da Potenciação:

1) Toda potência com expoente 0 é igual a 1.

$$\left(+\frac{2}{5}\right)^0 = 1$$

2) Toda potência com expoente 1 é igual à própria base.

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^1 = -\frac{9}{4}$$

3) Toda potência com expoente negativo de um número racional diferente de zero é igual a outra potência que tem a base igual ao inverso da base anterior e o expoente igual ao oposto do expoente anterior.

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

4) Toda potência com expoente ímpar tem o mesmo sinal da base.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) . \left(\frac{2}{3}\right) . \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$$

5) Toda potência com expoente par é um número positivo.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right) . \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$$

6) Produto de potências de mesma base. Para reduzir um produto de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e somamos os expoentes.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{5}.\frac{2}{5}.\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

7) Quociente de potências de mesma base. Para reduzir um quociente de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}.\frac{3}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

8) Potência de Potência. Para reduzir uma potência de potência a uma potência de um só expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

ou

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3.2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

Radiciação de Números Racionais

Se um número representa um produto de dois ou mais fatores iguais, então cada fator é chamado raiz do número.

Exemplos:

1) $\frac{1}{9}$ Representa o produto $\frac{1}{3}.\frac{1}{3}$ ou $\left(\frac{1}{3}\right)^2$.Logo, $\frac{1}{3}$ **é a raiz quadrada de** $\frac{1}{9}$.

Indica-se $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

2) 0,216 Representa o produto 0,6 . 0,6 . 0,6 ou $(0,6)^3$. Logo, 0,6 é a raiz cúbica de 0,216. Indica-se $\sqrt[3]{0,216} = 0,6$.

Um número racional, quando elevado ao quadrado, dá o número zero ou um número racional positivo. Logo, os números racionais negativos não têm raiz quadrada em Q.

O número $-\frac{100}{9}$ **não** tem raiz quadrada em Q, pois tanto $-\frac{10}{3}$ como $+\frac{10}{3}$, quando elevados ao quadrado, dão $\frac{100}{9}$.

Um número racional positivo só tem raiz quadrada no conjunto dos números racionais se ele for um quadrado perfeito.

O número $\frac{2}{3}$ **não** tem raiz quadrada em Q, pois não existe número racional que elevado ao quadrado dê $\frac{2}{3}$.

Questões

01. (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Na escola onde estudo, ¼ dos alunos tem a língua portuguesa como disciplina favorita, 9/20 têm a matemática como favorita e os demais têm ciências como favorita. Sendo assim, qual fração representa os alunos que têm ciências como disciplina favorita?

(A) 1/4
(B) 3/10
(C) 2/9
(D) 4/5
(E) 3/2

02. (UEM/PR – AUXILIAR OPERACIONAL – UEM/2014) Dirce comprou 7 lapiseiras e pagou R$ 8,30, em cada uma delas. Pagou com uma nota de 100 reais e obteve um desconto de 10 centavos. Quantos reais ela recebeu de troco?

(A) R$ 40,00
(B) R$ 42,00
(C) R$ 44,00
(D) R$ 46,00
(E) R$ 48,00

03. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) De um total de 180 candidatos, 2/5 estudam inglês, 2/9 estudam francês, 1/3estuda espanhol e o restante estuda alemão. O número de candidatos que estuda alemão é:

(A) 6.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 9.
(E) 10.

04. (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE DE APOIO OPERACIONAL – VUNESP/2013) Em um estado do Sudeste, um Agente de Apoio Operacional tem um salário mensal de: saláriobase R$ 617,16 e uma gratificação de R$ 185,15. No mês passado, ele fez 8 horas extras a R$ 8,50 cada hora, mas precisou faltar um dia e foi descontado em R$ 28,40. No mês passado, seu salário totalizou

(A) R$ 810,81.
(B) R$ 821,31.
(C) R$ 838,51.
(D) R$ 841,91.
(E) R$ 870,31.

05. (Pref. Niterói) Simplificando a expressão abaixo

Obtém-se $\dfrac{1{,}3333+\frac{3}{2}}{1{,}5+\frac{4}{3}}$:

(A) ½
(B) 1
(C) 3/2
(D) 2
(E) 3

06. (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Em um jogo matemático, cada jogador tem direito a 5 cartões marcados com um número, sendo que todos os jogadores recebem os mesmos números. Após todos os jogadores receberem seus cartões, aleatoriamente, realizam uma determinada tarefa que também é sorteada. Vence o jogo quem cumprir a tarefa corretamente. Em uma rodada em que a tarefa era colocar os números marcados nos cartões em ordem crescente, venceu o jogador que apresentou a sequência

$(A)\ -4;\ -1;\ \sqrt{16};\ \sqrt{25};\frac{14}{3}$

$(B)\ -1;\ -4;\ \sqrt{16};\ \dfrac{14}{3};\ \sqrt{25}$

$(C)\ -1;\ -4;\ \dfrac{14}{3};\ \sqrt{16};;\ \sqrt{25}$

$(D)\ -4;\ -1;\ \sqrt{16};\dfrac{14}{3};\ \sqrt{25}$

$(E\ )-4;\ -1;\ \dfrac{14}{3};\ \sqrt{16};\sqrt{25}$

07. (Sabesp/SP – Agente de Saneamento Ambiental – FCC/2014) Somando-se certo número positivo x ao numerador, e subtraindo-se o mesmo número x do denominador da fração 2/3 obtém-se como resultado, o número 5. Sendo assim, x é igual a

(A) 52/25.
(B) 13/6.
(C) 7/3.
(D) 5/2.
(E) 47/23.

08. (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Mariana abriu seu cofrinho com 120 moedas e separou-as:

− 1 real: ¼ das moedas
− 50 centavos: 1/3 das moedas
− 25 centavos: 2/5 das moedas
− 10 centavos: as restantes

Mariana totalizou a quantia contida no cofre em

(A) R$ 62,20.
(B) R$ 52,20.
(C) R$ 50,20.
(D) R$ 56,20.
(E) R$ 66,20.

09. (PM/SE – SOLDADO 3ªCLASSE – FUNCAB/2014*)* Numa operação policial de rotina, que abordou 800 pessoas, verificou-se que 3/4 dessas pessoas eram homens e 1/5 deles foram detidos. Já entre as mulheres abordadas, 1/8 foram detidas.

Qual o total de pessoas detidas nessa operação policial?

(A) 145
(B) 185
(C) 220
(D) 260
(E) 120

10. (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA/2013) Quando perguntado sobre qual era a sua idade, o professor de matemática respondeu:

"O produto das frações 9/5 e 75/3 fornece a minha idade!".

Sendo assim, podemos afirmar que o professor tem:

(A) 40 anos.
(B) 35 anos.
(C) 45 anos.
(D) 30 anos.
(E) 42 anos.

Respostas

01. Resposta: B.

Somando português e matemática:

$$\frac{1}{4}+\frac{9}{20}=\frac{5+9}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

O que resta gosta de ciências:

$$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$$

02. Resposta: B.

8,3 . 7 = 58,1

Como recebeu um desconto de 10 centavos, Dirce pagou 58 reais

Troco:100 – 58 = 42 reais

03. Resposta: C.

$$\frac{2}{5}+\frac{2}{9}+\frac{1}{3}$$

Mmc(3,5,9)=45

$$\frac{18+10+15}{45}=\frac{43}{45}$$

O restante estuda alemão: 2/45

$$180\cdot\frac{2}{45}=8$$

04. Resposta: D.

$salário\ mensal: 617{,}16 + 185{,}15 = 802{,}31$
$horas\ extras: 8{,}5 \cdot 8 = 68$
$mês\ passado: 802{,}31 + 68{,}00 - 28{,}40 = 841{,}91$

Salário foi R$ 841,91.

05. Resposta: B.
1,3333= 12/9 = 4/3
1,5 = 15/10 = 3/2

$$\frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{4}{3}}=\frac{\frac{17}{6}}{\frac{17}{6}}=1$$

06. Resposta: D.

$$\sqrt{16}=4$$
$$\sqrt{25}=5$$
$$\frac{14}{3}=4{,}67$$

A ordem crescente é: $-4;\ -1;\ \sqrt{16}; \frac{14}{3};\ \sqrt{25}$

07. Resposta B.

$$\frac{2+x}{3-x}=5$$
$$15-5x=2+x$$
$$6x=13$$
$$x=\frac{13}{6}$$

08. Resposta: A.

$$1\ real: 120 \cdot \frac{1}{4} = 30\ moedas$$
$$50\ centavos: \frac{1}{3} \cdot 120 = 40\ moedas$$
$$25\ centavos: \frac{2}{5} \cdot 120 = 48\ moedas$$
$$10\ centavos: 120 - 118\ moedas = 2\ moedas$$
$$30 + 40 \cdot 0{,}5 + 48 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}10 = 62{,}20$$

Mariana totalizou R$ 62,20.

09. Resposta: A.

$800 \cdot \frac{3}{4} = 600\ homens$

$600 \cdot \frac{1}{5} = 120\ homens\ detidos$
Como 3/4 eram homens, 1/4 eram mulheres
$800 \cdot \frac{1}{4} = 200\ mulheres$ ou 800-600=200 mulheres

$200 \cdot \frac{1}{8} = 25\ mulhers\ detidas$

Total de pessoas detidas: 120+25=145

10. Resposta: C.

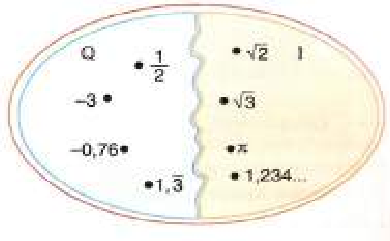
$$\frac{9}{5} \cdot \frac{75}{3} = \frac{675}{15} = 45\ anos$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS - R

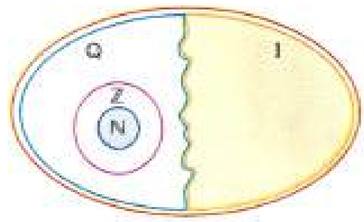
O conjunto dos **números reais *R*** é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais.

Assim temos:

R = Q U I , sendo **Q ∩ I = Ø** (Se um número real é racional, não irracional, e vice-versa).



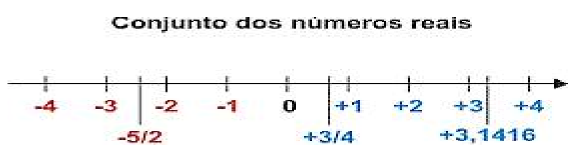
Lembrando que **N C Z C Q** , podemos construir o diagrama abaixo:



O conjunto dos números reais apresenta outros subconjuntos importantes:

- Conjunto dos números reais não nulos: R* = {x ϵ R| x ≠ 0}
- Conjunto dos números reais não negativos: R_+ = {x ϵ R| x ≥ 0}
- Conjunto dos números reais positivos: R^*_+ = {x ϵ R| x > 0}
- Conjunto dos números reais não positivos: R_- = {x ϵ R| x ≤ 0}
- Conjunto dos números reais negativos: R^*_- = {x ϵ R| x < 0}

Representação Geométrica dos números reais



Propriedades

É válido todas as propriedades anteriormente vistos nos outros conjuntos, assim como os conceitos de módulo, números opostos e números inversos (quando possível).

Ordenação dos números Reais

A representação dos números Reais permite definir uma relação de ordem entre eles. Os números Reais positivos são maiores que zero e os negativos, menores. Expressamos a relação de ordem da seguinte maneira: Dados dois números Reais **a** e **b**,

a ≤ b ↔ b – a ≥ 0

Exemplo: -15 ≤ ↔ 5 – (-15) ≥ 0
5 + 15 ≥ 0

Operações com números Reais

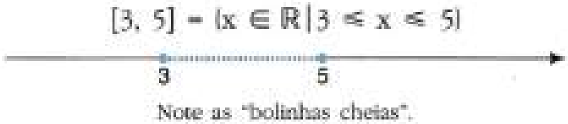
Operando com as aproximações, obtemos uma sucessão de intervalos fixos que determinam um número Real. É assim que vamos trabalhar as operações adição, subtração, multiplicação e divisão. Relacionamos, em seguida, uma série de recomendações úteis para operar com números Reais.

Intervalos reais

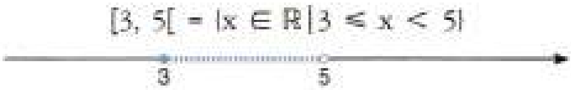
O conjunto dos números reais possui também subconjuntos, denominados intervalos, que são determinados por meio de desigualdades. Sejam os números *a* e *b* , com $a < b$.

1º - Intervalo aberto de extremos *a* e *b* é conjunto]a,b[= $\{ x \in R \mid a < x < b \}$
Exemplo:]3,5[= $\{ x \in R \mid 3 < x < 5 \}$

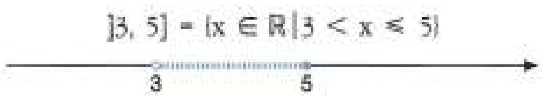
2º - Intervalo fechado de extremos *a* e *b* é o conjunto [a,b] = $\{ x \in R \mid a \le x \le b \}$
Exemplo: [3,5] = $\{ x \in R \mid 3 \le x \le 5 \}$



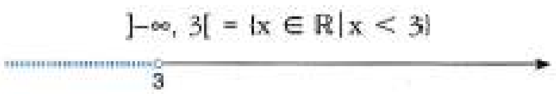
3º - Intervalo aberto à direita (ou fechado à esquerda) de extremos *a* e *b* é o conjunto [a,b[= $\{ x \in R \mid a \le x < b \}$
Exemplo: [3,5[= $\{ x \in R \mid 3 \le x < 5 \}$



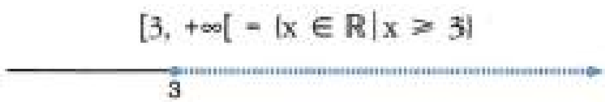
4º - Intervalo aberto à esquerda(ou fechado à direita) de extremos *a* e *b* é o conjunto]a,b] = $\{ x \in R \mid a < x \le b \}$
Exemplo:]3,5] = $\{ x \in R \mid 3 < x \le 5 \}$



6º -] -∞, a[= $\{ x \in R \mid x < a \}$
Exemplo:] -∞, 3[= $\{ x \in R \mid x < 3 \}$



7º - [a,+ ∞ [= $\{ x \in R \mid x \ge a \}$



8º -]a,+ ∞ [= $\{ x \in R \mid x > a \}$
Exemplo:]3,+ ∞ [= $\{ x \in R \mid x > 3 \}$

Em termos gerais temos:
- A bolinha aberta = a intervalo aberto (estamos excluindo aquele número), utilizamos os símbolos:

> ;< ;] ; [

Representação na reta real	Sentença matemática	Notações simbólicas	
Intervalo aberto: a b	$\{x \in R \mid a < x < b\}$	]a,b[	(a,b)
Intervalo fechado: a b	$\{x \in R \mid a \le x \le b\}$	[a,b]	[a,b]
Intervalo semi-aberto à direita: a b	$\{x \in R \mid a \le x < b\}$	[a,b[	[a,b)
Intervalo semi-aberto à esquerda: a b	$\{x \in R \mid a < x \le b\}$	]a,b]	(a,b]

Observações
Podemos utilizar ( ) no lugar dos [ ], para indicar as extremidades abertas dos intervalos.
[a,b[= [a,b) ;]a,b] = (a,b] ; e]a,b[= (a,b)

a) Às vezes, aparecem situações em que é necessário registrar numericamente variações de valores em sentidos opostos, ou seja, maiores ou acima de zero (positivos), como as medidas de temperatura ou reais em débito ou em haver etc... Esses números, que se estendem indefinidamente, tanto para o lado direito (positivos) como para o lado esquerdo (negativos), são chamados **números relativos**.
b) Valor absoluto de um número relativo é o valor do número que faz parte de sua representação, sem o sinal.
c) Valor simétrico de um número é o mesmo numeral, diferindo apenas o sinal.
Operações com Números Relativos

1) Adição e Subtração de números relativos
a) Se os numerais possuem o mesmo sinal, basta adicionar os valores absolutos e conservar o sinal.
b) Se os numerais possuem sinais diferentes, subtrai-se o numeral de menor valor e dá-se o sinal do maior numeral.

Exemplos:
3 + 5 = 8
4 - 8 = - 4
- 6 - 4 = - 10
- 2 + 7 = 5

2) Multiplicação e Divisão de Números Relativos
a) O produto e o quociente de dois números relativos de mesmo sinal são sempre positivos.
b) O produto e o quociente de dois números relativos de sinais diferentes são sempre negativos.

Exemplos:
- 3 x 8 = - 24
- 20 ÷ (-4) = + 5
- 6 x (-7) = + 42
28 ÷ 2 = 14

Questões

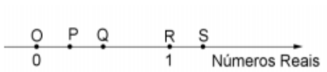
01. (EBSERH/ HUPAA – UFAL – Analista Administrativo – Administração – IDECAN/2014) Mário começou a praticar um novo jogo que adquiriu para seu videogame. Considere que a cada partida ele conseguiu melhorar sua pontuação, equivalendo sempre a 15 pontos a menos que o dobro marcado na partida anterior. Se na quinta partida ele marcou 3.791 pontos, então, a soma dos algarismos da quantidade de pontos adquiridos na primeira partida foi igual a

(A) 4.
(B) 5.
(C) 7.
(D) 8.
(E) 10.

02. (Pref. Guarujá/SP – SEDUC – Professor de Matemática – CAIPIMES/2014) Considere m um número real menor que 20 e avalie as afirmações I, II e III:

I- (20 – m) é um número menor que 20.
II- (20 m) é um número maior que 20.
III- (20 m) é um número menor que 20.
É correto afirmar que:
A) I, II e III são verdadeiras.
B) apenas I e II são verdadeiras.
C) I, II e III são falsas.
D) apenas II e III são falsas.

03. (Pref. Guarujá/SP – SEDUC – Professor de Matemática – CAIPIMES/2014) Na figura abaixo, o ponto que melhor representa a diferença $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ na reta dos números reais é:



(A) P.
(B) Q.
(C) R.
(D) S.

04. (TJ/PR - Técnico Judiciário – TJ/PR/2014) Uma caixa contém certa quantidade de lâmpadas. Ao retirá-las de 3 em 3 ou de 5 em 5, sobram 2 lâmpadas na caixa.

Entretanto, se as lâmpadas forem removidas de 7 em 7, sobrará uma única lâmpada. Assinale a alternativa correspondente à quantidade de lâmpadas que há na caixa, sabendo que esta comporta um máximo de 100 lâmpadas.

(A) 36.
(B) 57.
(C) 78.
(D) 92.

05. (MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP/2014) Para ir de sua casa à escola, Zeca percorre uma distância igual a $\frac{3}{4}$ da distância percorrida na volta, que é feita por um trajeto diferente. Se a distância percorrida por Zeca para ir de sua casa à escola e dela voltar é igual a $\frac{7}{5}$ de um quilômetro, então a distância percorrida por Zeca na ida de sua casa à escola corresponde, de um quilômetro, a

(A) $\frac{2}{3}$
(B) $\frac{3}{4}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) $\frac{4}{5}$
(E) $\frac{3}{5}$

06. (TJ/SP - AUXILIAR DE SAÚDE JUDICIÁRIO - AUXILIAR EM SAÚDE BUCAL – VUNESP/2013) Para numerar as páginas de um livro, uma impressora gasta 0,001 mL por cada algarismo impresso. Por exemplo, para numerar as páginas 7, 58 e 290 gasta-se, respectivamente, 0,001 mL, 0,002 mL e 0,003 mL de tinta. O total de tinta que será gasto para numerar da página 1 até a página 1 000 de um livro, em mL, será

(A) 1,111.
(B) 2,003.
(C) 2,893.
(D) 1,003.
(E) 2,561.

07. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC/2014) Um funcionário de uma empresa deve executar uma tarefa em 4 semanas. Esse funcionário executou 3/8 da tarefa na 1a semana. Na 2 a semana, ele executou 1/3 do que havia executado na 1a semana. Na 3a e 4a semanas, o funcionário termina a execução da tarefa e verifica que na 3a semana executou o dobro do que havia executado na 4 a semana. Sendo assim, a fração de toda a tarefa que esse funcionário executou na 4ª semana é igual a

(A) 5/16.
(B) 1/6.
(C) 8/24.
(D)1/ 4.
(E) 2/5.

08. (Sabesp/SP – Agente de Saneamento Ambiental – FCC/2014) Somando-se certo número positivo x ao numerador, e subtraindo-se o mesmo número x do denominador da fração 2/3 obtém-se como resultado, o número 5. Sendo assim, x é igual a

(A) 52/25.
(B) 13/6.
(C) 7/3.
(D) 5/2.
(E) 47/23.

09. (METRÔ – Assistente Administrativo Júnior – FCC/2014) Quatro números inteiros serão sorteados. Se o número sorteado for par, ele deve ser dividido por 2 e ao quociente deve ser acrescido 17. Se o número sorteado for ímpar, ele deve ser dividido por seu maior divisor e do quociente deve ser subtraído 15. Após esse procedimento, os quatro resultados obtidos deverão ser somados. Sabendo que os números sorteados foram 40, 35, 66 e 27, a soma obtida ao final é igual a

(A) 87.
(B) 59.
(C) 28.
(D) 65.
(E) 63.

10. (UNESP – Assistente de Informática I – VUNESP/2014) O valor de uma aposta em certa loteria foi repartido em cotas iguais. Sabe-se que a terça parte das cotas foi dividida igualmente entre Alex e Breno, que Carlos ficou com a quarta parte das cotas, e que Denis ficou com as 5 cotas restantes. Essa aposta foi premiada com um determinado valor, que foi repartido entre eles de forma diretamente proporcional ao número de cotas de cada um. Dessa forma, se Breno recebeu R$ 62.000,00, então Carlos recebeu

(A) R$ 74.000,00.
(B) R$ 93.000,00.
(C) R$ 98.000,00.
(D) R$ 102.000,00.
(E) R$ 106.000,00.

Respostas

01. Resposta: D.

Pontuação atual = 2 . partida anterior – 15
* 4ª partida: 3791 = 2.x – 15
2.x = 3791 + 15
x = 3806 / 2
x = 1903

* 3ª partida: 1903 = 2.x – 15
2.x = 1903 + 15
x = 1918 / 2
x = 959

* 2ª partida: 959 = 2.x – 15
2.x = 959 + 15
x = 974 / 2
x = 487
* 1ª partida: 487 = 2.x – 15
2.x = 487 + 15
x = 502 / 2
x = 251
Portanto, a soma dos algarismos da 1ª partida é 2 + 5 + 1 = 8.

02. Resposta: C.

I. Falso, pois m é Real e pode ser negativo.
II. Falso, pois m é Real e pode ser negativo.
III. Falso, pois m é Real e pode ser positivo.

03. Resposta: A.

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

04. Resposta: D.

Vamos chamar as retiradas de ***r***, ***s*** e ***w***: e de **T** o total de lâmpadas.

Precisamos calcular os múltiplos de 3, 5 e de 7, separando um múltiplo menor do que 100 que sirva nas três equações abaixo:

De 3 em 3: 3 . r + 2 = Total
De 5 em 5: 5 . s + 2 = Total
De 7 em 7: 7 . w + 1 = Total

Primeiramente, vamos calcular o valor de w, sem que o total ultrapasse 100:

7 . 14 + 1 = 99, mas 3 . r + 2 = 99 vai dar que r = 32,333... (não convém)

7 . 13 + 1 = 92, e 3 . r + 2 = 92 vai dar r = 30 e 5 . s + 2 = 92 vai dar s = 18.

05. Resposta: E.

Ida + volta = 7/5 . 1

$$\frac{3}{4}.x+x=\frac{7}{5}$$

$$\frac{5.3x+\ 20x=7.4}{20}$$

15x + 20 = 28

35x = 28

$x=\frac{28}{35}$ (: 7/7)

$x=\frac{4}{5}$ (volta)

Ida: $\frac{3}{4}.\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$

06. Resposta: C.

1 a 9 = 9 algarismos = 0,001·9 = 0,009 ml
De 10 a 99, temos que saber quantos números tem.
99 – 10 + 1 = 90.

OBS: soma 1, pois quanto subtraímos exclui-se o primeiro número.

90 números de 2 algarismos: 0,002·90 = 0,18ml
De 100 a 999
999 – 100 + 1 = 900 números
900·0,003 = 2,7 ml
1000 = 0,004ml
Somando: 0,009 + 0,18 + 2,7 + 0,004 = 2,893

07. Resposta: B.

Tarefa: x
Primeira semana: 3/8x

2 semana: $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}x=\frac{1}{8}x$

1ª e 2ª semana: $\frac{3}{8}x+\frac{1}{8}x=\frac{4}{8}x=\frac{1}{2}x$

Na 3ª e 4ª semana devem ser feito a outra metade.
3ªsemana: 2y
4ª semana: y

$2y+y=\frac{1}{2}x$
$3y=\frac{1}{2}x$
$y=\frac{1}{6}x$

08. Resposta: B.

$$\frac{2+x}{3-x}=5$$
$$15-5x=2+x$$
$$6x=13$$
$$x=\frac{13}{6}$$

09. Resposta: B.

* número 40: é par.
40 / 2 + 17 = 20 + 17 = 37
* número 35: é ímpar.
Seu maior divisor é 7.
35 / 35 – 15 = 1 – 15 = – 14
* número 66: é par.
66 / 2 + 17 = 33 + 17 = 50
* número 27: é ímpar.
Seu maior divisor é 27.
27 / 27 – 15 = 1 – 15 = – 14
* Por fim, vamos somar os resultados:
37 – 14 + 50 – 14 = 87 – 28 = 59

10. Resposta: B.

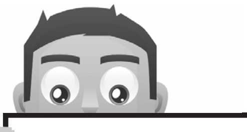
Vamos chamar o valor de cada cota de (*x*). Assim:
* Breno:

$$\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\boldsymbol{x}=62000$$

$$\frac{1}{6}.\boldsymbol{x}=62000$$

x = 62000 . 6
x = R$ 372000,00
* Carlos:

$$\frac{1}{4}.372000=\boldsymbol{R}\$\ 93000{,}00$$



4. Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum.

MDC

O máximo divisor comum(MDC) de dois ou mais números é o maior número que é divisor comum de todos os números dados. Consideremos:

- o número 18 e os seus divisores naturais:
$D_+ (18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$.

- o número 24 e os seus divisores naturais:
$D_+ (24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Podemos descrever, agora, os divisores comuns a 18 e 24:
$D_+ (18) \cap D_+ (24) = \{1, 2, 3, 6\}$.

Observando os divisores comuns, podemos identificar o maior divisor comum dos números 18 e 24, ou seja: MDC (18, 24) = 6.

Outra técnica para o cálculo do MDC:

➔ **Decomposição em fatores primos**

Para obtermos o MDC de dois ou mais números por esse processo, procedemos da seguinte maneira:

- Decompomos cada número dado em fatores primos.
- O MDC é o produto dos **fatores comuns** obtidos, cada um deles elevado ao seu **menor expoente**.

Exemplo:

Achar o MDC entre 300 e 504.

300	2	504	2	$300 = 2^2 . 3 . 5^2$
150	2	252	2	$504 = 2^3 . 3^2 . 7$
75	3	126	2	
25	5	63	3	$MDC (300, 504) = 2^2 . 3 =$
5	5	21	3	$4 . 3 = 12$
1		7	7	
		1		

MMC

O mínimo múltiplo comum(MMC) de dois ou mais números é o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados. Consideremos:

- O número 6 e os seus múltiplos positivos:
$M^*_+ (6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, ...\}$

- O número 8 e os seus múltiplos positivos:
$M^*_+ (8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ...\}$

Podemos descrever, agora, os múltiplos positivos comuns:
$M^*_+ (6) \cup M^*_+ (8) = \{24, 48, 72, ...\}$

Observando os múltiplos comuns, podemos identificar o mínimo múltiplo comum dos números 6 e 8, ou seja: MMC (6, 8) = 24

Outra técnica para o cálculo do MMC:

➔ **Decomposição isolada em fatores primos**

Para obter o MMC de dois ou mais números por esse processo, procedemos da seguinte maneira:

- Decompomos cada número dado em fatores primos.
- O MMC é o produto dos **fatores comuns e não-comuns**, cada um deles elevado ao **seu maior expoente**.

Exemplo:

Achar o MMC entre 18 e 120

18	2	120	2	$18 = 2 . 3^2$
9	3	60	2	$120 = 2^3 . 3 . 5$
3	3	30	2	
1		15	3	$MMC (18, 120) = 2^3 . 3^2 .$
		5	5	$5 = 8 . 9 . 5 = 360$
		1		

O produto do MDC e MMC é dado pela fórmula abaixo:

MDC(A,B).MMC(A,B)= A.B

Questões

01. (SAAE/SP – Técnico em Informática – VUNESP/2014) Uma pessoa comprou um pote com ovinhos de chocolate e, ao fazer pacotinhos, todos com a mesma quantidade de ovinhos, percebeu que, colocando 8 ou 9 ou 12 ovinhos em cada pacotinho sempre sobrariam 3 ovinhos no pote. O menor número de ovinhos desse pote é
(A) 38.
(B) 60.
(C) 75.
(D) 86.
(E) 97.

02. (PM/SE – Soldado 3ª Classe – FUNCAB/2014) O policiamento em uma praça da cidade é realizado por um grupo de policiais, divididos da seguinte maneira:

Grupo	Intervalo de passagem
Policiais a pé	40 em 40 minutos
Policiais de moto	60 em 60 minutos
Policiais em viaturas	80 em 80 minutos

Toda vez que o grupo completo se encontra, troca informações sobre as ocorrências. O tempo mínimo em minutos, entre dois encontros desse grupo completo será:
(A) 160
(B) 200
(C) 240
(D) 150
(E) 180

03. (METRÔ/SP – Usinador Ferramenteiro – FCC/2014) Na linha 1 de um sistema de Metrô, os trens partem 2,4 em 2,4 minutos. Na linha 2 desse mesmo sistema, os trens partem de 1,8 em 1,8 minutos. Se dois trens partem, simultaneamente das linhas 1 e 2 às 13 horas, o próximo horário desse dia em que partirão dois trens simultaneamente dessas duas linhas será às 13 horas,
(A) 10 minutos e 48 segundos.
(B) 7 minutos e 12 segundos.
(C) 6 minutos e 30 segundos.
(D) 7 minutos e 20 segundos.
(E) 6 minutos e 48 segundos.

04. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP/2014) Fernanda divide as despesas de um apartamento com suas amigas. À Fernanda coube pagar a conta de água a cada três meses, a conta de luz a cada dois meses e o aluguel a cada quatro meses. Sabendo-se que ela pagou as três contas juntas em março deste ano, esses três pagamentos irão coincidir, novamente, no ano que vem, em

(A) fevereiro.
(B) março.
(C) abril.
(D) maio.
(E) junho.

05. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB/2014) Marcelo é encarregado de dividir as entregas da empresa em que trabalha. No início do seu turno, ele observou que todas as entregas do dia poderão ser divididas igualmente entre 4, 6, 8, 10 ou 12 entregadores, sem deixar sobras.

Assinale a alternativa que representa o menor número de entregas que deverão ser divididas por ele nesse turno.

(A) 48
(B) 60
(C) 80
(D) 120
(E) 180

06. (Prefeitura Municipal de Ribeirão Preto/SP – Agente de Administração – VUNESP/2014) Em janeiro de 2010, três entidades filantrópicas (sem fins lucrativos) A, B e C, realizaram bazares beneficentes para arrecadação de fundos para obras assistenciais. Sabendo-se que a entidade A realiza bazares a cada 4 meses (isto é, faz o bazar em janeiro, o próximo em maio e assim sucessivamente), a entidade B realiza bazares a cada 5 meses e C, a cada 6 meses, então a próxima vez que os bazares dessas três entidades irão coincidir no mesmo mês será no ano de

(A) 2019.
(B) 2018.
(C) 2017.
(D) 2016.
(E) 2015.

07. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB/2014) Osvaldo é responsável pela manutenção das motocicletas, dos automóveis e dos caminhões de sua empresa. Esses veículos são revisados periodicamente, com a seguinte frequência:

Todas as motocicletas a cada 3 meses;
Todos os automóveis a cada 6 meses;
Todos os caminhões a cada 8 meses.

Se todos os veículos foram revisados, ao mesmo tempo, no dia 19 de maio de 2014, o número mínimo de meses para que todos eles sejam revisados juntos novamente é:

(A) 48
(B) 32
(C) 24
(D) 16
(E) 12

08. (PRODEST/ES – Assistente de Tecnologia da Informação – VUNESP/2014) Dois produtos líquidos A e B estão armazenados em galões separados. Em um dos galões há 18 litros do produto A e no outro, há 42 litros do produto B. Carlos precisa distribuir esses líquidos, sem desperdiçá-los e sem misturá-los, em galões menores, de forma que cada galão menor tenha a mesma quantidade e o maior volume possível de cada produto. Após essa distribuição, o número total de galões menores será

(A) 6.
(B) 8.
(C) 10.
(D) 12.
(E) 14.

09. (UNIFESP – Mestre em Edificações - Infraestrutura – VUNESP/2014) Uma pessoa comprou um pedaço de tecido de 3 m de comprimento por 1,40 m de largura para confeccionar lenços. Para isso, decide cortar esse tecido em pedaços quadrados, todos de mesmo tamanho e de maior lado possível. Sabendo que não ocorreu nenhuma sobra de tecido e que o tecido todo custou R$ 31,50, então o preço de custo, em tecido, de cada lenço foi de

(A) R$ 0,30.
(B) R$ 0,25.
(C) R$ 0,20.
(D) R$ 0,15.
(E) R$ 0,10.

10. (UNIFESP – Engenheiro Mecânico – VUNESP/2014) Iniciando seu treinamento, dois ciclistas partem simultaneamente de um mesmo ponto de uma pista. Mantendo velocidades constantes, Lucas demora 18 minutos para completar cada volta, enquanto Daniel completa cada volta em 15 minutos. Sabe-se que às 9 h 10 min eles passaram juntos pelo ponto de partida pela primeira vez, desde o início do treinamento. Desse modo, é correto afirmar que às 8 h 25 min, Daniel já havia completado um número de voltas igual a

(A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5
(E) 7.

Respostas

01. Resposta: C.
m.d.c. (8, 9, 12) = 72
Como sobram 3 ovinhos, 72 + 3 = 75 ovinhos

02. Resposta: C.
Devemos achar o mmc (40,60,80)

40,60,80	2
20,30,40	2
10,15,20	2
5,15,10	2
5,15, 5	3
5,5,5	5
1,1,1	

mmc(40,60,80) = 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 5 = 240

03. Resposta: B.
Como os trens passam de 2,4 e 1,8 minutos, vamos achar o mmc(18,24) e dividir por 10, assim acharemos os minutos

18, 24	2
9, 12	2
9, 6	2
9, 3	3
3, 1	3
1, 1	

Mmc(18,24)=72
Portanto, será 7,2 minutos
1 minuto---60s
0,2--------x
x = 12 segundos
Portanto se encontrarão depois de 7 minutos e 12 segundos

04. Resposta: B.
Devemos fazer o m.m.c. (3, 2, 4) = 12 meses
Como ela pagou as três contas juntas em MARÇO, após 12 meses, pagará as três contas juntas novamente em MARÇO.

05. Resposta: D.
m.m.c. (4, 6, 8, 10, 12) = 120

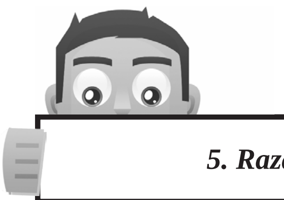
06. Resposta: E.
m.m.c. (4, 5, 6) = 60 meses
60 meses / 12 = 5 anos
Portanto, 2010 + 5 = 2015

07. Resposta: C.
m.m.c. (3, 6, 8) = 24 meses

08. Resposta: C.
m.d.c. (18, 42) = 6
Assim:
* Produto A: 18 / 6 = 3 galões
* Produto B: 42 / 6 = 7 galões
Total = 3 + 7 = 10 galões

09. Resposta: A.
m.d.c. (140, 300) = 20 cm
* Área de cada lenço: 20 . 20 = 400 cm²
* Área Total: 300 . 140 = 42000 cm²
42000 / 400 = 105 lenços
31,50 / 105 = R$ 0,30 (preço de 1 lenço)

10. Resposta: B.
m.m.c. (15, 18) = 90 min = 1h30
Portanto, às 9h10, Daniel completou: 90 / 15 = 6 voltas.
Como 9h10 – 8h25 = 45 min, equivale à metade do que Daniel percorreu, temos que:
6 / 2 = 3 voltas.



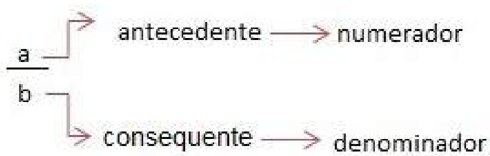
5. Razão e proporção.

RAZÃO

É o quociente entre dois números (quantidades, medidas, grandezas).
Sendo *a* e *b* dois números a sua razão, chama-se *razão de a para b*:

$$\frac{a}{b} \quad ou \quad a:b\ , com\ b \neq 0$$

Onde:



Exemplos:

1 - Em um vestibular para o curso de marketing, participaram 3600 candidatos para 150 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos, nessa ordem, foi de

$$\frac{número\ de\ vagas}{número\ de\ candidatos} = \frac{150}{3600} = \frac{1}{24}$$

Lemos a fração como: Um vinte e quatro avós.

2 - Em um processo seletivo diferenciado, os candidatos obtiveram os seguintes resultados:
− Alana resolveu 11 testes e acertou 5
− Beatriz resolveu 14 testes e acertou 6
− Cristiane resolveu 15 testes e acertou 7
− Daniel resolveu 17 testes e acertou 8
− Edson resolveu 21 testes e acertou 9
O candidato contratado, de melhor desempenho, (razão de acertos para número de testes), foi:

$$Alana: \frac{5}{11} = 0{,}45$$
$$Beatriz: \frac{6}{14} = 0{,}42$$
$$Cristiane: \frac{7}{15} = 0{,}46$$
$$Daniel: \frac{8}{17} = 0{,}47$$
$$Edson: \frac{9}{21} = 0{,}42$$

Daniel teve o melhor desempenho.

- Quando *a* e *b* forem medidas de uma mesma grandeza, essas devem ser expressas na mesma unidade.

- Razões Especiais

Escala ➔ Muitas vezes precisamos ilustrar distâncias muito grandes de forma reduzida, então utilizamos a escala, que é a razão da medida no mapa com a medida real (ambas na mesma unidade).

$$E = \frac{medida\ no\ mapa}{medida\ real}$$

Velocidade média ➔ É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso. As unidades utilizadas são km/h, m/s, entre outras.

$$V = \frac{distância\ pecorrida}{tempo\ total}$$

Densidade➔ É a razão entre a massa de um corpo e o seu volume. As unidades utilizadas são g/cm³, kg/m³, entre outras.

$$D = \frac{massa\ do\ corpo}{volume\ do\ corpo}$$

PROPORÇÃO

É uma igualdade entre duas razões.

Dada as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, à setença de igualdade $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ chama-se proporção.
Onde:

Exemplo:

1 - O passageiro ao lado do motorista observa o painel do veículo e vai anotando, minuto a minuto, a distância percorrida. Sua anotação pode ser visualizada na tabela a seguir:

Distância percorrida (em km)	2	4	6	8	...
Tempo gasto (em min)	1	2	3	4	...

Nota-se que a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la é sempre igual a 2:

$\frac{2}{1} = 2\ ;\ \ \frac{4}{2} = 2\ ;\ \ \frac{6}{3} = 2\ ;\ \ \frac{8}{4} = 2$

Então:

$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4}$

Dizemos que os números da sucessão (2,4,6,8,...) são **diretamente proporcionais** aos números da sucessão (1,2,3,3,4,...).

- Propriedades da Proporção

1 - Propriedade Fundamental

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos, isto é, **a . d = b . c**

Exemplo:

Na proporção $\frac{45}{30} = \frac{9}{6}$,(lê-se: "45 esta para 30 , assim como 9 esta para 6.), aplicando a propriedade fundamental , temos: 45.6 = 30.9 = 270

2 - A soma dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a soma dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad ou \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2+3}{2} = \frac{6+9}{6} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{15}{6} = 30 \quad ou \quad \frac{2+3}{3} = \frac{6+9}{9} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{15}{9} = 45$$

3 - A diferença entre os dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a diferença entre os dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \quad ou \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2-3}{2} = \frac{6-9}{6} \rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{-3}{6} = -6 \quad ou \quad \frac{2-3}{3} = \frac{6-9}{9} \rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{-3}{9} = -9$$

4 - A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \quad ou \quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2+6}{3+9} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = 24 \quad ou \quad \frac{2+6}{3+9} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{6}{9} = 72$$

5 - A diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \ ou \ \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{6-2}{9-3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = 36 \quad ou \quad \frac{6-2}{9-3} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 12$$

- Problemas envolvendo razão e proporção

1 - Em uma fundação, verificou-se que a razão entre o número de atendimentos a usuários internos e o número de atendimento total aos usuários (internos e externos), em um determinado dia, nessa ordem, foi de 3/5. Sabendo que o número de usuários externos atendidos foi 140, pode-se concluir que, no total, o número de usuários atendidos foi:

A) 84
B) 100
C) 217
D) 280
E) 350

Resolução:
Usuários internos: I
Usuários externos : E

$\frac{I}{I+E} = \frac{3}{5} = \frac{I}{I+140}$, usando o produto dos meios pelos extremos temos:

5I = 3I + 420 ➔2I = 420 ➔ I = 210

I + E = 210 + 140 = 350
Resposta "E"

2 – Em um concurso participaram 3000 pessoas e foram aprovadas 1800. A razão do número de candidatos aprovados para o total de candidatos participantes do concurso é:

A) 2/3
B) 3/5
C) 5/10
D) 2/7
E) 6/7

Resolução:

$$\frac{\text{número de candidatos aprovados}}{\text{número total de candidatos}} = \frac{18\cancel{00}}{30\cancel{00}} = \frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{30}^{5}} = \frac{3}{5}$$

Resposta "B"

3 - Em um dia de muita chuva e trânsito caótico, 2/5 dos alunos de certa escola chegaram atrasados, sendo que 1/4 dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso. Sabendo que todos os demais alunos chegaram no horário, pode-se afirmar que nesse dia, nessa escola, a razão entre o número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso e número de alunos que chegaram no horário, nessa ordem, foi de:

A) 2:3
B) 1:3
C) 1:6
D) 3:4
E) 2:5

Resolução:
Se 2/5 chegaram atrasados

$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}chegaram\ no\ horário$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{10}\ tiveram\ mais\ de\ 30\ minutos\ de\ atraso$

$raz\tilde{a}o=\frac{tiveram\ mais\ de\ 30\ \text{min}\ de\ atraso}{chegaram\ no\ horário}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}}$

$raz\tilde{a}o=\frac{1}{10}\cdot\frac{5}{3}=\frac{1}{6}\ ou\ 1:6$

Resposta "C"

Questões

01. (SEPLAN/GO – Perito Criminal – FUNIVERSA/2015) Em uma ação policial, foram apreendidos 1 traficante e 150 kg de um produto parecido com maconha. Na análise laboratorial, o perito constatou que o produto apreendido não era maconha pura, isto é, era uma mistura da *Cannabis sativa* com outras ervas. Interrogado, o traficante revelou que, na produção de 5 kg desse produto, ele usava apenas 2 kg da *Cannabis sativa*; o restante era composto por várias "outras ervas". Nesse caso, é correto afirmar que, para fabricar todo o produto apreendido, o traficante usou
(A) 50 kg de *Cannabis sativa* e 100 kg de outras ervas.
(B) 55 kg de *Cannabis sativa* e 95 kg de outras ervas.
(C) 60 kg de *Cannabis sativa* e 90 kg de outras ervas.
(D) 65 kg de *Cannabis sativa* e 85 kg de outras ervas.
(E) 70 kg de *Cannabis sativa* e 80 kg de outras ervas.

02. (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) De cada dez alunos de uma sala de aula, seis são do sexo feminino. Sabendo que nesta sala de aula há dezoito alunos do sexo feminino, quantos são do sexo masculino?
(A) Doze alunos.
(B) Quatorze alunos.
(C) Dezesseis alunos.
(D) Vinte alunos.

03. (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP/2014) Foram construídos dois reservatórios de água. A razão entre os volumes internos do primeiro e do segundo é de 2 para 5, e a soma desses volumes é 14m³. Assim, o valor absoluto da diferença entre as capacidades desses dois reservatórios, em litros, é igual a
(A) 8000.
(B) 6000.
(C) 4000.
(D) 6500.
(E) 9000.

04. (EBSERH/ HUPAA-UFAL - Técnico em Informática – IDECAN/2014) Entre as denominadas razões especiais encontram-se assuntos como densidade demográfica, velocidade média, entre outros. Supondo que a distância entre Rio de Janeiro e São Paulo seja de 430 km e que um ônibus, fretado para uma excursão, tenha feito este percurso em 5 horas e 30 minutos. Qual foi a velocidade média do ônibus durante este trajeto, aproximadamente, em km/h?
(A) 71 km/h
(B) 76 km/h
(C) 78 km/h
(D) 81 km/h
(E) 86 km/h.

05. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Um restaurante comprou pacotes de guardanapos de papel, alguns na cor verde e outros na cor amarela, totalizando 144 pacotes. Sabendo que a razão entre o número de pacotes de guardanapos na cor verde e o número de pacotes de guardanapos na cor amarela, nessa ordem, é $\frac{5}{7}$, então, o número de pacotes de guardanapos na cor amarela supera o número de pacotes de guardanapos na cor verde em
(A) 22.
(B) 24.
(C) 26.
(D) 28.
(E) 30.

06. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Uma gráfica produz blocos de papel em dois tamanhos diferentes: médios ou pequenos e, para transportá-los utiliza caixas que comportam exatamente 80 blocos médios. Sabendo que 2 blocos médios ocupam exatamente o mesmo espaço que 5 blocos pequenos, então, se em uma caixa dessas forem colocados 50 blocos médios, o número de blocos pequenos que poderão ser colocados no espaço disponível na caixa será:
(A) 60.
(B) 70.
(C) 75.
(D) 80.
(E) 85.

07. (FUNDUNESP – Auxiliar Administrativo – VUNESP/2014) Em uma edição de março de 2013, um telejornal apresentou uma reportagem com o título "Um em cada quatro jovens faz ou já fez trabalho voluntário no Brasil". Com base nesse título, conclui-se corretamente que a razão entre o número de jovens que fazem ou já fizeram trabalho voluntário no Brasil e o número de jovens que não fazem parte desse referido grupo é

(A) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{3}$

(E) $\frac{1}{4}$

08. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP/2014) Uma cidade A, com 120 km de vias, apresentava, pela manhã, 51 km de vias congestionadas. O número de quilômetros de vias congestionadas numa cidade B, que tem 280 km de vias e mantém a mesma proporção que na cidade A, é
(A) 119 km.
(B) 121 km.
(C) 123 km.
(D) 125 km.
(E) 127 km.

09. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO/2014) Maria tinha 450 ml de tinta vermelha e 750 ml de tinta branca. Para fazer tinta rosa, ela misturou certa quantidade de tinta branca com os 450 ml de tinta vermelha na proporção de duas partes de tinta vermelha para três partes de tinta branca.

Feita a mistura, quantos ml de tinta branca sobraram?
(A) 75
(B) 125
(C) 175
(D) 375
(E) 675

10. (MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP/2014) A medida do comprimento de um salão retangular está para a medida de sua largura assim como 4 está para 3. No piso desse salão, foram colocados somente ladrilhos quadrados inteiros, revestindo-o totalmente. Se cada fileira de ladrilhos, no sentido do comprimento do piso, recebeu 28 ladrilhos, então o número mínimo de ladrilhos necessários para revestir totalmente esse piso foi igual a
(A) 588.
(B) 350.
(C) 454.
(D) 476.
(E) 382.

Respostas

01. Resposta: C.
O enunciado fornece que a cada 5kg do produto temos que 2kg da *Cannabis sativa* e os demais *outras ervas*. Podemos escrever em forma de razão $\frac{2}{5}$, logo :

$$\frac{2}{5}.150 = 60kg\ de\ Cannabis\ sativa\ \therefore 150 - 60 = 90kg\ de\ outras\ ervas$$

02. Resposta: A.
Como 6 são do sexo feminino, 4 são do sexo masculino (10-6 = 4) .Então temos a seguinte razão: $\frac{6}{4}$

$\frac{6}{4} = \frac{18}{x}$ ➔ 6x = 72 ➔ x = 12

03. Resposta: B.
Primeiro:2k
Segundo:5k
2k + 5k = 14
7k = 14
k = 2
Primeiro: 2.2 = 4
Segundo5.2=10
Diferença: 10 – 4 = 6 m³

1m³------1000L
6--------x
x = 6000 l

04. Resposta: C.
5h30 = 5,5h, transformando tudo em hora e suas frações.

$$\frac{430}{5,5} = 78,18\ km/h$$

05. Resposta: B.
Vamos chamar a quantidade de pacotes verdes de (***v***) e, a de amarelos, de (***a***). Assim:
v + a = 144 , ou seja, v = 144 – a (I)

$\frac{v}{a} = \frac{5}{7}$, ou seja, 7.v = 5.a (II)

Vamos substituir a equação (I) na equação (II):

7 . (144 – a) = 5.a
1008 – 7a = 5a
– 7a – 5a = – 1008 . (– 1)
12a = 1008
a = 1008 / 12
a = 84 amarelos
Assim: v = 144 – 84 = 60 verdes
Supera em: 84 – 60 = 24 guardanapos.

06. Resposta: C.
Chamemos de (m) a quantidade de blocos médios e de (p) a quantidade de blocos pequenos.
$\frac{m}{p} = \frac{2}{5}$, ou seja, 2p = 5m
- 80 blocos médios correspondem a:
2p = 5.80 ➔ p = 400 / 2 ➔ p = 200 blocos pequenos
- Já há 50 blocos médios: 80 – 50 = 30 blocos médios (ainda cabem).
2p = 5.30 ➔ p = 150 / 2 ➔ p = 75 blocos pequenos

07. Resposta: D.
Jovens que fazem ou fizeram trabalho voluntário: 1 / 4
Jovens que não fazem trabalho voluntário: 3 / 4

$$Razão = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1.4}{3.4} = \frac{1}{3}$$

08. Resposta: A.

$$\frac{51}{120} = \frac{x}{280}$$

120.x = 51 . 280 ➔ x = 14280 / 120 ➔ x = 119 km

09. Resposta: A.

$$\frac{2}{3} = \frac{450}{x}$$

2x = 450. 3 ➔ x = 1350 / 2 ➔ x = 675 ml de tinta branca
Sobraram: 750 ml – 675 ml = 75 ml

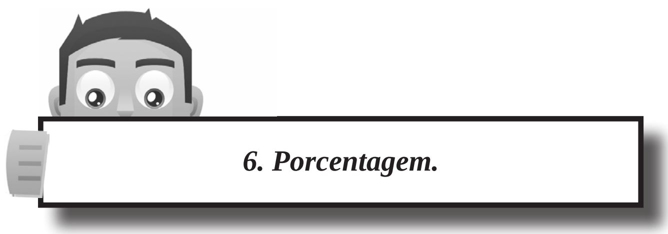
10. Resposta: A.

$\frac{C}{L} = \frac{4}{3}$, que fica 4L = 3C

Fazendo C = 28 e substituindo na proporção, temos:

$$\frac{28}{L} = \frac{4}{3}$$

4L = 28 . 3 ➔ L = 84 / 4 ➔ L = 21 ladrilhos
Assim, o total de ladrilhos foi de 28 . 21 = 588



6. Porcentagem.

Razões de denominador 100 que são chamadas de *razões centesimais* ou *taxas percentuais* ou simplesmente de *porcentagem*. Servem para representar de uma maneira prática o «quanto» de um «todo» se está referenciando.

Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo **%** (Lê-se: “por cento”).

Exemplos:

1) A tabela abaixo indica, em reais, os resultados das aplicações financeiras de Oscar e Marta entre 02/02/2013 e 02/02/2014.

	Banco	Saldo em 02/02/2013	Saldo em 02/02/2014	Rendimento
Oscar	A	500	550	50
Marta	B	400	450	50

Notamos que a razão entre os rendimentos e o saldo em 02/02/2013 é:

$\frac{50}{500}, para\ Oscar, no\ Banco\ A;$

$\frac{50}{400}, para\ Marta, no\ Banco\ B.$

Quem obteve melhor rentabilidade?

Uma das maneiras de compará-las é expressá-las com o mesmo denominador (no nosso caso o 100), para isso, vamos simplificar as frações acima:

$$Oscar \Rightarrow \frac{50}{500} = \frac{10}{100}, = 10\%$$

$$Marta \Rightarrow \frac{50}{400} = \frac{12{,}5}{100}, = 12{,}5\%$$

Com isso podemos concluir, Marta obteve uma rentabilidade maior que Oscar ao investir no Banco B.

2) Em uma classe com 30 alunos, 18 são rapazes e 12 são moças. Qual é a taxa percentual de rapazes na classe?
Resolução:

A razão entre o número de rapazes e o total de alunos é $\frac{18}{30}$. Devemos expressar essa razão na forma centesimal, isto é, precisamos encontrar x tal que:

$$\frac{18}{30} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60$$

E a taxa percentual de rapazes é 60%. Poderíamos ter divido 18 por 30, obtendo:

$$\frac{18}{30} = 0{,}60(.100\%) = 60\%$$

- Lucro e Prejuízo

É a diferença entre o preço de venda e o preço de custo.
Caso a diferença seja positiva, temos o **lucro(L)**, caso seja negativa, temos **prejuízo(P).**
Lucro (L) = Preço de Venda (PV) – Preço de Custo (PC).

Podemos ainda escrever:
PC + L = PV
PC – P = PV

A forma percentual é:

$$\text{Lucro sobre o custo} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de custo}} \cdot 100\%$$

$$\text{Lucro sobre a venda} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de venda}} \cdot 100\%$$

Exemplos:
1) Um objeto custa R$ 75,00 e é vendido por R$ 100,00. Determinar:
a) a porcentagem de lucro em relação ao preço de custo;
b) a porcentagem de lucro em relação ao preço de venda.

Resolução:

Preço de custo + lucro = preço de venda ➔ 75 + lucro =100 ➔ Lucro = R$ 25,00

A) $\frac{lucro}{preço\ de\ custo} \cdot 100\% \cong 33{,}33\%$

B) $\frac{lucro}{preço\ de\ venda} \cdot 100\% = 25\%$

2) O preço de venda de um bem de consumo é R$ 100,00. O comerciante tem um ganho de 25% sobre o preço de custo deste bem. O valor do preço de custo é:
A) R$ 25,00
B) R$ 70,50
C) R$ 75,00
D) R$ 80,00
E) R$ 125,00

Resolução:
$\frac{L}{PC}.100\% = 25\% \Rightarrow 0{,}25$, o lucro é calculado em cima do Preço de Custo(PC).

PC + L = PV ➔ PC + 0,25.PC = PV ➔ 1,25 . PC = 100 ➔ PC = 80,00
Resposta D

- Aumento e Desconto Percentuais

➔ Aumentar um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $(1 + \frac{p}{100}).V$.

Logo: $V_A = (1 + \frac{p}{100}).V$

Exemplos:

1 - Aumentar um valor V de 20% , equivale a multiplicá-lo por 1,20, pois:
$(1 + \frac{20}{100})$.V = (1+0,20).V = 1,20.V

2 - Aumentar um valor V de 200% , equivale a multiplicá-lo por 3 , pois:
$(1 + \frac{200}{100})$.V = (1+2).V = 3.V

3) Aumentando-se os lados a e b de um retângulo de 15% e 20%, respectivamente, a área do retângulo é aumentada de:
A)35%
B)30%
C)3,5%
D)3,8%
E) 38%

Resolução:
Área inicial: a.b
Com aumento: (a.1,15).(b.1,20) ➔ 1,38.a.b da área inicial. Logo o aumento foi de 38%.
Resposta E

➔Diminuir um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $(1 - \frac{p}{100}).V$.

Logo: $V_D = (1 - \frac{p}{100}).V$

Exemplos:

1) Diminuir um valor V de 20%, equivale a multiplicá-lo por 0,80, pois:]

$(1-\frac{20}{100})$.. V = (1-0,20). V = 0, 80.V

2) Diminuir um valor V de 40%, equivale a multiplicá-lo por 0,60, pois:

$(1-\frac{40}{100})$. V = (1-0,40). V = 0, 60.V

3) O preço do produto de uma loja sofreu um desconto de 8% e ficou reduzido a R$ 115,00. Qual era o seu valor antes do desconto?

Temos que V_D = 115, p = 8% e V =? é o valor que queremos achar.

V_D = $(1-\frac{p}{100})$. V ➔ 115 = (1-0,08).V ➔ 115 = 0,92V ➔ V = 115/0,92 ➔ V = 125

O valor antes do desconto é de R$ 125,00.

A esse valor final de $(1+\frac{p}{100})$ ou $(1-\frac{p}{100})$, é o que chamamos de fator de multiplicação, muito útil para resolução de cálculos de porcentagem. O mesmo pode ser um acréscimo ou decréscimo no valor do produto.

Abaixo a tabela com alguns fatores de multiplicação:

%	Fator de multiplicação - Acréscimo	Fator de multiplicação - Decréscimo
10%	1,1	0,9
15%	1,15	0,85
18%	1,18	0,82
20%	1,2	0,8
63%	1,63	0,37
86%	1,86	0,14
100%	2	0

- Aumentos e Descontos Sucessivos

São valores que aumentam ou diminuem sucessivamente. Para efetuar os respectivos descontos ou aumentos, fazemos uso dos fatores de multiplicação.

Vejamos alguns exemplos:

1) Dois aumentos sucessivos de 10% equivalem a um único aumento de...?

Utilizando V_A = $(1+\frac{p}{100})$.V ➔ V. 1,1 , como são dois de 10% temos ➔ V. 1,1 . 1,1 ➔ V. 1,21 Analisando o fator de multiplicação 1,21; concluímos que esses dois aumentos significam um único aumento de 21%.

Observe que: esses dois aumentos de 10% equivalem a 21% e não a 20%.

2) Dois descontos sucessivos de 20% equivalem a um único desconto de:

Utilizando V_D = $(1-\frac{p}{100})$.V ➔ V. 0,8 . 0,8 ➔ V. 0,64 . . Analisando o fator de multiplicação 0,64, observamos que esse percentual não representa o valor do desconto, mas sim o valor pago com o desconto. Para sabermos o valor que representa o desconto é só fazermos o seguinte cálculo:

100% - 64% = 36%

Observe que: esses dois descontos de 20% equivalem a 36% e não a 40%.

3) Certo produto industrial que custava R$ 5.000,00 sofreu um acréscimo de 30% e, em seguida, um desconto de 20%. Qual o preço desse produto após esse acréscimo e desconto?

Utilizando V_A = $(1+\frac{p}{100})$.V para o aumento e V_D = $(1-\frac{p}{100})$.V, temos:

V_A = 5000 .(1,3) = 6500 e V_D = 6500 .(0,80) = 5200, podemos, para agilizar os cálculos, juntar tudo em uma única equação:

5000 . 1,3 . 0,8 = 5200

Logo o preço do produto após o acréscimo e desconto é de R$ 5.200,00

Questões

01. (EBSERH/ HUSM-UFSM/RS - Técnico em Informática – AOCP/2014) Uma loja de camisas oferece um desconto de 15% no total da compra se o cliente levar duas camisas. Se o valor de cada camisa é de R$ 40,00, quanto gastará uma pessoa que aproveitou essa oferta?

(A) R$ 68,00.
(B) R$ 72,00.
(C) R$ 76,00.
(D) R$ 78,00.
(E) R$ 80,00.

02. (Câmara Municipal de São José dos Campos/ SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP/2014) O departamento de Contabilidade de uma empresa tem 20 funcionários, sendo que 15% deles são estagiários. O departamento de Recursos Humanos tem 10 funcionários, sendo 20% estagiários. Em relação ao total de funcionários desses dois departamentos, a fração de estagiários é igual a

(A) 1/5.
(B) 1/6.
(C) 2/5.
(D) 2/9.
(E) 3/5.

03. (EBSERH/ HUSM – UFSM/RS – Analista Administrativo – Administração – AOCP/2014) Quando calculamos 32% de 650, obtemos como resultado

(A) 198.
(B) 208.
(C) 213.
(D) 243.
(E) 258.

04. (ALMG – Analista de Sistemas – Administração de Rede – FUMARC/2014) O Relatório Setorial do Banco do Brasil publicado em 02/07/2013 informou:

[...] Após queda de 2,0% no mês anterior, segundo o Cepea/ Esalq, as cotações do açúcar fecharam o último mês com alta de 1,2%, atingindo R$ 45,03 / saca de 50 kg no dia 28. De acordo com especialistas, o movimento se deve à menor oferta de açúcar de qualidade, além da firmeza nas negociações por parte dos vendedores. Durante o mês de junho, o etanol mostrou maior recuperação que o açúcar, com a cotação do hidratado chegando a R$ 1,1631/litro (sem impostos), registrando alta de 6,5%. A demanda aquecida e as chuvas que podem interromper mais uma vez a moagem de cana-de-açúcar explicam cenário mais positivo para o combustível.

Fonte: BB-BI Relatório Setorial: Agronegócios-junho/2013 - publicado em 02/07/2013.

Com base nos dados apresentados no Relatório Setorial do Banco do Brasil, é CORRETO afirmar que o valor, em reais, da saca de 50 kg de açúcar no mês de maio de 2013 era igual a

(A) 42,72
(B) 43,86
(C) 44,48
(D) 54,03

05. (Câmara de Chapecó/SC – Assistente de Legislação e Administração – OBJETIVA/2014) Em determinada loja, um sofá custa R$ 750,00, e um tapete, R$ 380,00. Nos pagamentos com cartão de crédito, os produtos têm 10% de desconto e, nos pagamentos no boleto, têm 8% de desconto. Com base nisso, realizando-se a compra de um sofá e um tapete, os valores totais a serem pagos pelos produtos nos pagamentos com cartão de crédito e com boleto serão, respectivamente:

(A) R$ 1.100,00 e R$ 1.115,40.
(B) R$ 1.017,00 e R$ 1.039,60.
(C) R$ 1.113,00 e R$ 1.122,00.
(D) R$ 1.017,00 e R$ 1.010,00.

06. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST/2014) Um vendedor recebe comissões mensais da seguinte maneira: 5% nos primeiros 10.000 reais vendidos no mês, 6% nos próximos 10.000,00 vendidos, e 7% no valor das vendas que excederem 20.000 reais. Se o total de vendas em certo mês foi de R$ 36.000,00, quanto será a comissão do vendedor?

(A) R$ 2.120,00
(B) R$ 2.140,00
(C) R$ 2.160,00
(D) R$ 2.180,00
(E) R$ 2.220,00

07. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST/2014) Uma loja compra televisores por R$ 1.500,00 e os revende com um acréscimo de 40%. Na liquidação, o preço de revenda do televisor é diminuído em 35%. Qual o preço do televisor na liquidação?

(A) R$ 1.300,00
(B) R$ 1.315,00
(C) R$ 1.330,00
(D) R$ 1.345,00
(E) R$ 1.365,00

08. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC/2014) O preço de venda de um produto, descontado um imposto de 16% que incide sobre esse mesmo preço, supera o preço de compra em 40%, os quais constituem o lucro líquido do vendedor. Em quantos por cento, aproximadamente, o preço de venda é superior ao de compra?

(A) 67%.
(B) 61%.
(C) 65%.
(D) 63%.
(E) 69%.

09. (PM/SE – Soldado 3ª Classe – FUNCAB/2014) Numa liquidação de bebidas, um atacadista fez a seguinte promoção:

Cerveja em lata: R$ 2,40 a unidade.

Na compra de duas embalagens com 12 unidades cada, ganhe 25% de desconto no valor da segunda embalagem.

Alexandre comprou duas embalagens nessa promoção e revendeu cada unidade por R$3,50. O lucro obtido por ele com a revenda das latas de cerveja das duas embalagens completas foi:

(A) R$ 33,60
(B) R$ 28,60
(C) R$ 26,40
(D) R$ 40,80
(E) R$ 43,20

10. (PM/SE – Soldado 3ª Classe – FUNCAB/2014) Na queima de estoque de uma loja, uma família comprou dois televisores, três aparelhos de ar-condicionado, uma geladeira e uma máquina de lavar.

Produtos	Valores unitários antes da liquidação	Desconto
Televisor	R$ 2.000,00	20%
Ar condicionado	R$ 1.000,00	10%
Geladeira	R$ 900,00	30%
Máquina de lavar	R$ 1.500,00	40%

Calcule o valor total gasto por essa família.

(A) R$ 7.430,00
(B) R$ 9.400,00
(C) R$ 5.780,00
(D) R$ 6.840,00
(E) R$ 8.340,00

Respostas

01. Resposta: A.

Como são duas camisas 40.2 = 80,00

O desconto é dado em cima do valor das duas camisas. Usando o fator de multiplicação temos 1-0,15 = 0,85 (ele pagou 85% do valor total): 80 .0,85 = 68,00

02. Resposta: B.

Dep. Contabilidade: $\frac{15}{100}.20 = \frac{30}{10} = 3$ ➔ 3 (estagiários)

Dep. R.H.: $\frac{20}{100}.10 = \frac{200}{100} = 2$ ➔ 2 (estagiários)

$$*Total = \frac{números\ estagiários}{números\ de\ funcionários} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

03. Resposta: B.

$$\frac{32}{100}.650 = \frac{32.65}{10} = \frac{2080}{10} = 208$$

04. Resposta: C.

1,2% de 45,03 = $\frac{1,2}{100}.45,03 = 0,54$

Como no mês anterior houve queda, vamos fazer uma subtração.

45,03 – 0,54 = 44,49

05. Resposta: B.

Cartão de crédito: 10/100 . (750 + 380) = 1/10 . 1130 = 113
1130 – 113 = R$ 1017,00
Boleto: 8/100 . (750 + 380) = 8/100 . 1130 = 90,4
1130 – 90,4 = R$ 1039,60

06. Resposta: E.

5% de 10000 = 5 / 100 . 10000 = 500
6% de 10000 = 6 / 100 . 10000 = 600
7% de 16000 (= 36000 – 20000) = 7 / 100 . 16000 = 1120
Comissão = 500 + 600 + 1120 = R$ 2220,00

07. Resposta: E.

Preço de revenda: 1500 + 40 / 100 . 1500 = 1500 + 600 = 2100
Preço com desconto: 2100 – 35 / 100 . 2100 = 2100 – 735 = R$ 1365,00

08. Resposta: A.

Preço de venda: PV
Preço de compra: PC
PV – 0,16PV = 1,4PC
0,84PV = 1,4PC

$$\frac{PV}{PC} = \frac{1,4}{0,84} = 1,67$$

O preço de venda é 67% superior ao preço de compra.

09. Resposta: A.

$$2{,}40 \cdot 12 = 28{,}80$$
$$segunda\ embalagem: 28{,}80 \cdot 0{,}75 = 21{,}60$$
$$as\ duas\ embalagens: 28{,}80 + 21{,}60 = 50{,}40$$
$$revenda: 3{,}5 \cdot 24 = 84{,}00$$
$$lucro: R\$84{,}00 - R\$50{,}40 = R\$33{,}60$$

O lucro de Alexandre foi de R$ 33,60

10. Resposta: A.

Como é desconto, devemos fazer cada porcentagem: 1-desconto, assim teremos o valor de cada item.

Televisor:1-0,2=0,8
Ar-condicionado:1-0,1=0,9
Geladeira:1-0,3=0,7
Máquina:1-04=0,6

$$televisor: 2.000 \cdot 0{,}8 = 1.600$$
$$ar - condicionado: 1.000 \cdot 0{,}9 = 900$$
$$geladeira: 900 \cdot 0{,}7 = 630$$
$$máquina: 1.500 \cdot 0{,}6 = 900$$
$$1600 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 630 + 900 = 7430$$

O valor total gasto pela família foi de R$7.430,00.

7. Regra de três simples e composta.

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **regra de três simples**.

Vejamos a tabela abaixo:

Grandezas	Relação	Descrição
Nº de funcionário x serviço	**Direta**	**MAIS** funcionários contratados demanda **MAIS** serviço produzido
Nº de funcionário x tempo	**Inversa**	**MAIS** funcionários contratados exigem **MENOS** tempo de trabalho
Nº de funcionário x eficiência	**Inversa**	**MAIS** eficiência (dos funcionários) exige **MENOS** funcionários contratados
Nº de funcionário x grau dificuldade	**Direta**	Quanto **MAIOR** o grau de dificuldade de um serviço, **MAIS** funcionários deverão ser contratados
Serviço x tempo	**Direta**	**MAIS** serviço a ser produzido exige **MAIS** tempo para realiza-lo
Serviço x eficiência	**Direta**	Quanto **MAIOR** for a eficiência dos funcionários, **MAIS** serviço será produzido
Serviço x grau de dificuldade	**Inversa**	Quanto **MAIOR** for o grau de dificuldade de um serviço, **MENOS** serviços serão produzidos
Tempo x eficiência	**Inversa**	Quanto **MAIOR** for a eficiência dos funcionários, **MENOS** tempo será necessário para realizar um determinado serviço
Tempo x grau de dificuldade	**Direta**	Quanto **MAIOR** for o grau de dificuldade de um serviço, **MAIS** tempo será necessário para realizar determinado serviço

Exemplos:

1) Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

O problema envolve duas grandezas: distância e litros de álcool.

Indiquemos por x o número de litros de álcool a ser consumido.

Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha:

Distância (km)	Litros de álcool
180	15
210	x

Na coluna em que aparece a variável x ("litros de álcool"), vamos colocar uma flecha:

Distância (km)	Litros de álcool
180	15
210	x

Observe que, se duplicarmos a distância, o consumo de álcool também duplica. Então, as grandezas **distância** e **litros de álcool** são **diretamente proporcionais**. No esquema que estamos montando, indicamos esse fato colocando uma flecha na coluna "distância" no **mesmo sentido** da flecha da coluna "litros de álcool":

Distância (km)	Litros de álcool
180	15
210	x
As setas estão no **mesmo sentido**	

Armando a proporção pela orientação das flechas, temos:

$$\frac{180}{210} = \frac{15}{x} \rightarrow como\ 180\ e\ 210\ podem\ ser\ simplificados\ por\ 30, temos: \frac{180:30}{210:30} = \frac{15}{x}$$

$$\frac{180^6}{210^7} = \frac{15}{x} \rightarrow multiplicando\ cruzado(produto\ do\ meio\ pelos\ extremos) \rightarrow 6x = 7.15$$

$$6x = 105 \rightarrow x = \frac{105}{6} = 17{,}5$$

Resposta: O carro gastaria 17,5 L de álcool.

2) Viajando de automóvel, à velocidade de 50 km/h, eu gastaria 7 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?

Indicando por x o número de horas e colocando as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha, temos:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
50	7
80	x

Na coluna em que aparece a variável x ("tempo"), vamos colocar uma flecha:

Velocidade (km/h)	**Tempo (h)**
50	7
80	x

Observe que, se duplicarmos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade. Isso significa que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**. No nosso esquema, esse fato é indicado colocando-se na coluna "velocidade" uma flecha em **sentido contrário** ao da flecha da coluna "tempo":

Velocidade (km/h)	**Tempo (h)**
50	7
80	x
As setas estão em **sentido contrário**	

Na montagem da proporção devemos seguir o sentido das flechas. Assim, temos:

$$\frac{7}{x}=\frac{80}{50}, \textit{invertemos este lado} \rightarrow \frac{7}{x}=\frac{80^8}{50^5} \rightarrow 7.5 = 8.x \rightarrow x=\frac{35}{8} \rightarrow x = 4{,}375 \textit{ horas}$$

Como 0,375 corresponde 22 minutos (0,375 x 60 minutos), então o percurso será feito em 4 horas e 22 minutos aproximadamente.

3) Ao participar de um treino de fórmula Indy, um competidor, imprimindo a velocidade média de 180 km/h, faz o percurso em 20 segundos. Se a sua velocidade fosse de 300 km/h, que tempo teria gasto no percurso?

Vamos representar pela letra *x* o tempo procurado.

Estamos relacionando dois valores da grandeza velocidade (180 km/h e 300 km/h) com dois valores da grandeza tempo (20 s e *x* s).

Queremos determinar um desses valores, conhecidos os outros três.

Velocidade (km/h)	**Tempo (s)**
180	20
300	x

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto para fazer o percurso cairá para a metade; logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 180 e 300 são inversamente proporcionais aos números 20 e *x*.

Daí temos:

$$180.20 = 300.x \rightarrow 300x = 3600 \rightarrow x = \frac{3600}{300} \rightarrow x = 12$$

Conclui-se, então, que se o competidor tivesse andando em 300 km/h, teria gasto 12 segundos para realizar o percurso.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado **regra de três composta**.

Exemplos:

1) Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziriam 300 dessas peças?

Indiquemos o número de dias por *x*. Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma só coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha. Na coluna em que aparece a variável *x* ("dias"), coloquemos uma flecha:

Máquinas	**Peças**	**Dias**
8	160	4
6	300	x

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x.

As grandezas **peças** e **dias** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "peças" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "dias":

Máquinas	**Peças**	**Dias**
8	160	4
6	300	x
Mesmo sentido		

As grandezas **máquinas** e **dias** são inversamente proporcionais (duplicando o número de máquinas, o número de dias fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna (máquinas) uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "dias":

Máquinas	**Peças**	**Dias**
8	160	4
6	300	x
Sentido contrários		

Agora vamos montar a proporção, igualando a razão que contém o *x*, que é $\frac{4}{x}$, com o produto das outras razões, obtidas segundo a orientação das flechas : $\left(\frac{6}{8}.\frac{160}{300}\right)$

$$\frac{4}{x}=\frac{\cancel{6}^2}{\cancel{8}^1}\cdot\frac{\cancel{160}^{\cancel{8}^1}}{\cancel{300}^{\cancel{15}^5}}$$

Simplificando as proporções obtemos:

$$\frac{4}{x}=\frac{2}{5} \rightarrow 2x = 4.5 \rightarrow x = \frac{4.5}{2} \rightarrow x = 10$$

Resposta: Em 10 dias.

2) Uma empreiteira contratou 210 pessoas para pavimentar uma estrada de 300 km em 1 ano. Após 4 meses de serviço, apenas 75 km estavam pavimentados. Quantos empregados ainda devem ser contratados para que a obra seja concluída no tempo previsto?

Em $\frac{1}{3}$ de ano foi pavimentada $\frac{1}{4}$ de estrada.

Comparemos cada grandeza com aquela em que está o x.

Pessoas	Estrada	Tempo
210	75	4
x	225	8
	Sentido contrários	

As grandezas **"pessoas"** e **"tempo"** são inversamente proporcionais (duplicando o número de pessoas, o tempo fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "tempo" uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "pessoas":

Pessoas	Estrada	Tempo
210	75	4
x	225	8
	Mesmo sentido	

As grandezas **"pessoas"** e **"estrada"** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "estrada" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "pessoas":

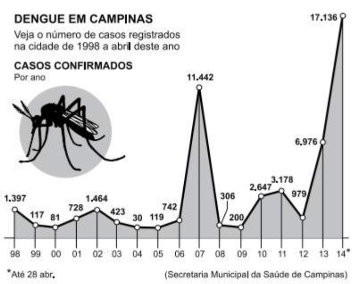
$$\frac{210}{x} = \frac{\cancel{75}^1}{\cancel{225}^3} \cdot \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{4}^1} \rightarrow \frac{210}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow 210.3 = 2x \rightarrow 2x = 630 \rightarrow x = 315$$

Como já haviam 210 pessoas trabalhando, logo 315 – 210 = 105 pessoas.

Reposta: Devem ser contratados 105 pessoas.

Questões

01. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Em 3 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre o número de casos de dengue na cidade de Campinas.



De acordo com essas informações, o número de casos registrados na cidade de Campinas, até 28 de abril de 2014, teve um aumento em relação ao número de casos registrados em 2007, aproximadamente, de

(A) 70%.
(B) 65%.
(C) 60%.
(D) 55%.
(E) 50%.

02. (FUNDUNESP – Assistente Administrativo – VUNESP/2014) Um título foi pago com 10% de desconto sobre o valor total. Sabendo-se que o valor pago foi de R$ 315,00, é correto afirmar que o valor total desse título era de

(A) R$ 345,00.
(B) R$ 346,50.
(C) R$ 350,00.
(D) R$ 358,50.
(E) R$ 360,00.

03. (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) Manoel vendeu seu carro por R$27.000,00(vinte e sete mil reais) e teve um prejuízo de 10%(dez por cento) sobre o valor de custo do tal veículo, por quanto Manoel adquiriu o carro em questão?

(A) R$24.300,00
(B) R$29.700,00
(C) R$30.000,00
(D)R$33.000,00
(E) R$36.000,00

04. (Pref. Guarujá/SP – SEDUC – Professor de Matemática – CAIPIMES/2014) Em um mapa, cuja escala era 1:15.10^4, a menor distância entre dois pontos A e B, medida com a régua, era de 12 centímetros. Isso significa que essa distância, em termos reais, é de aproximadamente:

(A) 180 quilômetros.
(B) 1.800 metros.
(C) 18 quilômetros.
(D) 180 metros.

05. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO/2014) A Bahia (...) é o maior produtor de cobre do Brasil. Por ano, saem do estado 280 mil toneladas, das quais 80 mil são exportadas.

O Globo, Rio de Janeiro: ed. Globo, 12 mar. 2014, p. 24.

Da quantidade total de cobre que sai anualmente do Estado da Bahia, são exportados, aproximadamente,

(A) 29%
(B) 36%
(C) 40%
(D) 56%
(E) 80%

06. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

(A) 8 horas e 15 minutos.
(B) 9 horas.
(C) 7 horas e 45 minutos.
(D) 7 horas e 30 minutos.
(E) 5 horas e 30 minutos.

07. (PREF. CORBÉLIA/PR – CONTADOR – FAUEL/2014) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

(A) 4500 m²
(B) 5000 m²
(C) 5200 m²
(D) 6000 m²
(E) 6200 m²

08. (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP/2014) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será:

(A) 29.
(B) 30.
(C) 33.
(D) 28.
(E) 31.

09. (TRF 3ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC/2014) Sabe-se que uma máquina copiadora imprime 80 cópias em 1 minuto e 15 segundos. O tempo necessário para que 7 máquinas copiadoras, de mesma capacidade que a primeira citada, possam imprimir 3360 cópias é de

(A) 15 minutos.
(B) 3 minutos e 45 segundos.
(C) 7 minutos e 30 segundos.
(D) 4 minutos e 50 segundos.
(E) 7 minutos.

10. (METRÔ/SP – Analista Desenvolvimento Gestão Júnior – Administração de Empresas – FCC/2014) Para inaugurar no prazo a estação XYZ do Metrô, o prefeito da cidade obteve a informação de que os 128 operários, de mesma capacidade produtiva, contratados para os trabalhos finais, trabalhando 6 horas por dia, terminariam a obra em 42 dias. Como a obra tem que ser terminada em 24 dias, o prefeito autorizou a contratação de mais operários, e que todos os operários (já contratados e novas contratações) trabalhassem 8 horas por dia. O número de operários contratados, além dos 128 que já estavam trabalhando, para que a obra seja concluída em 24 dias, foi igual a

(A) 40.
(B) 16.
(C) 80.
(D) 20.
(E) 32.

11. (PRODAM/AM – Assistente – FUNCAB/ 2014) Para digitalizar 1.000 fichas de cadastro, 16 assistentes trabalharam durante dez dias, seis horas por dia. Dez assistentes, para digitalizar 2.000 fichas do mesmo modelo de cadastro, trabalhando oito horas por dia, executarão a tarefa em quantos dias?

(A) 14
(B) 16
(C) 18
(D) 20
(E) 24

12. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO/2014) No Brasil, uma família de 4 pessoas produz, em média, 13 kg de lixo em 5 dias. Mantida a mesma proporção, em quantos dias uma família de 5 pessoas produzirá 65 kg de lixo?

(A) 10
(B) 16
(C) 20
(D) 32
(E) 40

13. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST/2014) Na safra passada, um fazendeiro usou 15 trabalhadores para cortar sua plantação de cana de 210 hectares. Trabalhando 7 horas por dia, os trabalhadores concluíram o trabalho em 6 dias exatos. Este ano, o fazendeiro plantou 480 hectares de cana e dispõe de 20 trabalhadores dispostos a trabalhar 6 horas por dia. Em quantos dias o trabalho ficará concluído?

Obs.: Admita que todos os trabalhadores tenham a mesma capacidade de trabalho.

(A) 10 dias
(B) 11 dias
(C) 12 dias
(D) 13 dias
(E) 14 dias

14. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas.

Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será

(A) 29.
(B) 30.
(C) 33.
(D) 28.
(E) 31.

15. (BNB – Analista Bancário – FGV/2014) Em uma agência bancária, dois caixas atendem em média seis clientes em 10 minutos. Considere que, nesta agência, todos os caixas trabalham com a mesma eficiência e que a média citada sempre é mantida. Assim, o tempo médio necessário para que cinco caixas atendam 45 clientes é de:

(A) 45 minutos;
(B) 30 minutos;
(C) 20 minutos;
(D) 15 minutos;
(E) 10 minutos.

Respostas

01. Resposta: E.

Utilizaremos uma regra de três simples:

ano %
11442 ------- 100
17136 ------- x

11442.x = 17136 . 100 x = 1713600 / 11442 = 149,8% (aproximado)

149,8% – 100% = 49,8%

Aproximando o valor, teremos 50%

02. Resposta: C.

Se R$ 315,00 já está com o desconto de 10%, então R$ 315,00 equivale a 90% (100% - 10%).

Utilizaremos uma regra de três simples:

$ %
315 ------- 90
x ------- 100

90.x = 315 . 100 x = 31500 / 90 = R$ 350,00

03. Resposta: C.
Como ele teve um prejuízo de 10%, quer dizer 27000 é 90% do valor total.
Valor   %
27000 ------ 90
X ------- 100

$\frac{27000}{x} = \frac{\cancel{90}^{9}}{\cancel{100}^{10}}$ ➔ $\frac{27000}{x} = \frac{9}{10}$ ➔ 9.x = 27000.10 ➔ 9x = 270000 ➔ x = 30000.

04. Resposta: C.
equivale a 1:150000, ou seja, para cada 1 cm do mapa, teremos 150.000 cm no tamanho real. Assim, faremos uma regra de três simples:
mapa   real
1 --------- 150000
12 --------- x

1.x = 12 . 150000   x = 1.800.000 cm = 18 km

05. Resposta: A.
Faremos uma regra de três simples:
cobre   %
280 --------- 100
80 ---------- x

280.x = 80 . 100   x = 8000 / 280   x = 28,57%

06. Resposta: D.
Comparando- se cada grandeza com aquela onde esta o x.
M²↑   varredores↓   horas↑
6000--------------18-------------- 5
7500--------------15--------------- x

Quanto mais a área, mais horas (diretamente proporcionais)
Quanto menos trabalhadores, mais horas (inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x} = \frac{6000}{7500} \cdot \frac{15}{18}$$

$$6000 \cdot 15 \cdot x = 5 \cdot 7500 \cdot 18$$
$$90000x = 675000$$
$$x = 7{,}5\ horas$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos, logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.

07. Resposta: D.
Operários↑   horas↑   dias↑   área↑
20-----------------8-------------60-------4800
15----------------10------------80-------- x
Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

$$\frac{4800}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{60}{80}$$
$$20 \cdot 8 \cdot 60 \cdot x = 4800 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 80$$
$$9600x = 57600000$$
$$x = 6000m^2$$

08. Resposta: B.
Temos 10 funcionários inicialmente, com os afastamento esse número passou para 8. Se eles trabalham 8 horas por dia , passarão a trabalhar uma hora a mais perfazendo um total de 9 horas, nesta condições temos:
Funcionários↑   horas↑   dias↓
10---------------8--------------27
8----------------9-------------- x

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).
Quanto mais horas por dia, menos dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).
Funcionários↓   horas↓   dias↓
8---------------9-------------- 27
10----------------8----------------x

$\frac{27}{x} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{8}$ ➔ x.8.9 = 27.10.8 ➔ 72x = 2160 ➔ x = 30 dias.

09. Resposta: C.
Transformando o tempo para segundos: 1 min e 15 segundos = 75 segundos
Quanto mais máquinas menor o tempo (flecha contrária) e quanto mais cópias, mais tempo (flecha mesma posição)

Máquina↑   cópias↓   tempo↓
1----------------80-----------75 segundos
7--------------3360-----------x

Devemos deixar as 3 grandezas da mesma forma, invertendo os valores de" máquina".
Máquina↓   cópias↓   tempo↓
7----------------80----------75 segundos
1--------------3360--------- x
$\frac{75}{x} = \frac{7}{1} \cdot \frac{80}{3360}$ ➔ x.7.80 = 75.1.3360 ➔ 560x = 252000 ➔ x = 450 segundos

Transformando
1minuto-----60segundos
x-------------450
x = 7,5 minutos = 7 minutos e 30segundos.

10. Resposta: A.
Vamos utilizar a Regra de Três Composta:

↑Operários   ↓ horas   dias↓
128 ----------- 6 -------------- 42
x ------------- 8 -------------- 24

Quanto mais operários, menos horas trabalhadas (inversamente)
Quanto mais funcionários, menos dias (inversamente)

↓ Operários   ↓ horas   dias↓
x -------------- 6 -------------- 42
128 ------------ 8 -------------- 24

$$\frac{x}{128} = \frac{6}{8} \cdot \frac{42}{24}$$
$$\frac{x}{128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{42}{4}$$
$$\frac{x}{128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{21}{2}$$
$$16x = 128 \cdot 21$$
$$x = 8 \cdot 21 = 168$$

168 – 128 = 40 funcionários a mais devem ser contratados.

11. Resposta: E.
Fichas↓   Assistentes↑   dias↓   horas↑
1000 --------------- 16 -------------- 10 ------------ 6
2000 -------------- 10 -------------- x -------------- 8

Quanto mais fichas, mais dias devem ser trabalhados (diretamente proporcionais).
Quanto menos assistentes, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias (inversamente proporcionais).

Fichas↓ Assistentes↓ dias↓ horas↓
1000 --------------- 10 -------------- 10 ------------ 8
2000 -------------- 16 -------------- x -------------- 6

$$\frac{10}{x} = \frac{1000}{2000} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{8}{6}$$
$$\frac{10}{x} = \frac{80000}{192000}$$

$$80.x = 192.10$$

$$x = \frac{1920}{80}$$

x = 24 dias

12. Resposta: C.
Faremos uma regra de três composta:
Pessoas↓ Kg↑ dias↑
4 ------------ 13 ------------ 5
5 ------------ 65 ------------ x

Mais pessoas irão levar menos dias para produzir a mesma quantidade de lixo (grandezas inversamente proporcionais).
Mais quilos de lixo levam mais dias para serem produzidos (grandezas diretamente proporcionais).

65.x = 5 . 260
x = 1300 / 65
x = 20 dias

13. Resposta: C.
Faremos uma regra de três composta:
Trabalhadores↓ Hectares↑ h / dia↓ dias↑
15 ------------------ 210 ---------------- 7 ----------------- 6
20 ------------------ 480 ---------------- 6 ----------------- x

Mais trabalhadores irão levar menos dias para concluir o trabalho (grandezas inversamente proporcionais).
Mais hectares levam mais dias para se concluir o trabalho (grandezas diretamente proporcionais).
Menos horas por dia de trabalho serão necessários mais dias para concluir o trabalho (grandezas inversamente proporcionais).

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{4} \cdot \frac{13}{65}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{65}{260}$$

25200.x = 6 . 50400
x = 302400 / 25200
x = 12 dias

14. Resposta: B.
Funcionários↓ horas↓ dias↑
10 ----------------- 8 ----------- 27
8 ------------------ 9 ----------- x

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).
Quanto mais horas por dia, menos dias (inversamente proporcionais).
Funcionários↓ horas↓ dias↓
10 ----------------- 8 ----------- x
8 ------------------ 9 ----------- 27

$$\frac{x}{27} = \frac{10}{8} \cdot \frac{8}{9}$$

$$72x = 2160$$

$$x = 30\ dias$$

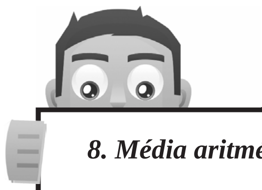
15. Resposta: B.
caixas↓ clientes↑ minutos↑
2 ----------------- 6 ----------- 10
5 ----------------- 45 ----------- x

Quanto mais caixas, menos minutos levará para o atendimento (inversamente proporcionais).
Quanto mais clientes, mais minutos para o atendimento (diretamente proporcionais).
caixas↑ clientes↑ minutos↑
5 ----------------- 6 ----------- 10
2 ----------------- 45 ----------- x

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{45} \qquad \frac{10}{x} = \frac{30}{90}$$

$$30.x = 90.10 \qquad x = \frac{900}{30}$$

$$x = 30\ minutos$$



8. Média aritmética simples e ponderada.

Considere um conjunto numérico $A = \{x_1; x_2; x_3; ...; x_n\}$ e efetue uma certa operação com todos os elementos de *A*.
Se for possível substituir cada um dos elementos do conjunto *A* por um número x de modo que o resultado da operação citada seja o mesmo diz-se, por definição, que x será a média dos elementos de A relativa a essa operação.

➔ Média Aritmética Simples

A média dos elementos do conjunto numérico *A* relativa à adição é chamada média aritmética.

- Cálculo da média aritmética

Se x for a média aritmética dos elementos do conjunto numérico $A = \{x_1; x_2; x_3; ...; x_n\}$, então, por definição:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$$

A **média aritmética(x)** dos n elementos do conjunto numérico A **é a soma de todos os seus elementos**, dividida pelo **número de elementos n.**

Exemplos:

1) Calcular a média aritmética entre os números 3, 4, 6, 9, e 13.

Se x for a média aritmética dos elementos do conjunto (3, 4, 6, 9, 13), então x será a soma dos 5 elementos, dividida por 5. Assim:

$$x = \frac{3+4+6+9+13}{5} \leftrightarrow x = \frac{35}{5} \leftrightarrow x = 7$$

A média aritmética é 7.

2) Os gastos (em reais) de 15 turistas em Porto Seguro estão indicados a seguir:

65 – 80 – 45 – 40 – 65 – 80 – 85 – 90
75 – 75 – 70 – 75 – 75 – 90 – 65

Se somarmos todos os valores teremos:

$$x = \frac{3+4+6+9+13}{5} \leftrightarrow x = \frac{35}{5} \leftrightarrow x = 7$$

Assim podemos concluir que o gasto médio do grupo de turistas foi de R$ 71,70.

➔ Média aritmética ponderada

A média dos elementos do conjunto numérico *A* relativa à adição e na qual cada elemento tem um “determinado peso” é chamada **média aritmética ponderada**.

- Cálculo da média aritmética ponderada

Se x for a média aritmética ponderada dos elementos do conjunto numérico A = $\{x_1; x_2; x_3; ...; x_n\}$ com “pesos” P_1; P_2; P_3; ...; P_n, respectivamente, então, por definição:

$P_1 . x + P_2 . x + P_3 . x + ... + P_n . x =$
$= P_1 . x_1 + P_2 . x_2 + P_3 . x_3 + ... + P_n . x_n (P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n) . x =$
$= P_1 . x_1 + P_2 . x_2 + P_3 . x_3 + ... + P_n . x_n$ e, portanto,

$$x = \frac{P_1 . x_1;\ P_2 x_2;\ P_3 x_3;\ ...;\ P_n x_n}{P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n}$$

Observe que se $P_1 = P_2 = P_3 = ... = P_n = 1$, então: que é a média aritmética simples.

A **média aritmética ponderada** dos **n** elementos do conjunto numérico A **é a soma dos produtos de cada elemento multiplicado pelo respectivo peso, dividida pela soma dos pesos.**

Exemplos:

1) Calcular a média aritmética ponderada dos números 35, 20 e 10 com pesos 2, 3, e 5, respectivamente.

Se x for a média aritmética ponderada, então:

$$x = \frac{2.35 + 3.20 + 5.10}{2+3+5} \leftrightarrow x = \frac{70+60+50}{10} \leftrightarrow x = \frac{180}{10} \leftrightarrow x = 18$$

A média aritmética ponderada é 18.

2) Em um dia de pesca nos rios do pantanal, uma equipe de pescadores anotou a quantidade de peixes capturada de cada espécie e o preço pelo qual eram vendidos a um supermercado em Campo Grande.

Tipo de peixe	Quilo de peixe pescado	Preço por quilo
Peixe A	18	R$ 3,00
Peixe B	10	R$ 5,00
Peixe C 6 R$ 9,00		

Vamos determinar o preço médio do quilograma do peixe vendido pelos pescadores ao supermercado.

Considerando que a variável em estudo é o preço do quilo do peixe e fazendo a leitura da tabela, concluímos que foram pescados 18 kg de peixe ao valor unitário de R$ 3,00, 10 kg de peixe ao valor unitário de R$ 5,00 e 6 kg de peixe ao valor de R$ 9,00.

Vamos chamar o preço médio de p:

$$p = \frac{18x3,00 + 10x5,00 + 6x9,00}{18+10+6} = \frac{54+50+54}{34} = \frac{158}{34} = 4,65\ reais$$

Neste caso o fator de ponderação foi a quantidade de peixes capturadas de cada espécie.

A palavra **média**, sem especificações (aritmética ou ponderada), deve ser **entendida como média aritmética.**

Questões

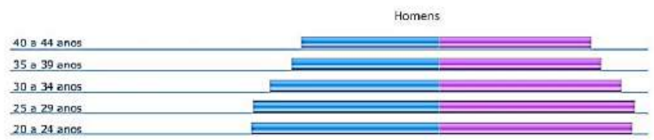
01. (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP/2014) Na festa de seu aniversário em 2014, todos os sete filhos de João estavam presentes. A idade de João nessa ocasião representava 2 vezes a média aritmética da idade de seus filhos, e a razão entre a soma das idades deles e a idade de João valia

(A) 1,5.
(B) 2,0.
(C) 2,5.
(D) 3,0.
(E) 3,5.

02. (TJ/SC - Técnico Judiciário - Auxiliar TJ-SC) Os censos populacionais produzem informações que permitem conhecer a distribuição territorial e as principais características das pessoas e dos domicílios, acompanhar sua evolução ao longo do tempo, e planejar adequadamente o uso sustentável dos recursos, sendo imprescindíveis para a definição de políticas públicas e a tomada de decisões de investimento. Constituem a única fonte de referência sobre a situação de vida da população nos municípios e em seus recortes internos – distritos, bairros e localidades, rurais ou urbanos – cujas realidades socioeconômicas dependem dos resultados censitários para serem conhecidas.

http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/censo2010/default.shtm
(Acesso dia 29/08/2011)

Um dos resultados possíveis de se conhecer, é a distribuição entre homens e mulheres no território brasileiro. A seguir parte da pirâmide etária da população brasileira disponibilizada pelo IBGE.



http://www.ibge.gov.br/censo2010/piramide_etaria/index.php
(Acesso dia 29/08/2011)

O quadro abaixo, mostra a distribuição da quantidade de homens e mulheres, por faixa etária de uma determinada cidade. (Dados aproximados)

Considerando somente a população masculina dos 20 aos 44 anos e com base no quadro abaixo a frequência relativa, dos homens, da classe [30, 34] é:

Faixa etária	Homens	Mulheres
Classes	Quantidade (f_i)	Quantidade (f_i)
[20,24]	300	320
[25,29]	400	450
[30,34]	600	610
[35,39]	500	550
[40,44]	200	220

(A) 64%.
(B) 35%.
(C) 25%.
(D) 29%.
(E) 30%.

03. (EPCAR – Cadete – EPCAR) Um líquido L_1 de densidade 800 g/l será misturado a um líquido L_2 de densidade 900 g/l Tal mistura será homogênea e terá a proporção de 3 partes de L_1 para cada 5 partes de L_2 A densidade da mistura final, em g/l, será
(A) 861,5.
(B) 862.
(C) 862,5.
(D) 863.

04. (EsSA - Sargento - Conhecimentos Gerais - Todas as Áreas – EB) Em uma turma a média aritmética das notas é 7,5. Sabe-se que a média aritmética das notas das mulheres é 8 e das notas dos homens é 6. Se o número de mulheres excede o de homens em 8, pode-se afirmar que o número total de alunos da turma é
(A) 4.
(B) 8.
(C) 12.
(D) 16.
(E) 20.

05. (SAP/SP - Oficial Administrativo – VUNESP) A altura média, em metros, dos cinco ocupantes de um carro era y. Quando dois deles, cujas alturas somavam 3,45 m, saíram do carro, a altura média dos que permaneceram passou a ser 1,8 m que, em relação à média original y, é
(A) 3 cm maior.
(B) 2 cm maior.
(C) igual.
(D) 2 cm menor.
(E) 3 cm menor.

06. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Em uma empresa com 5 funcionários, a soma dos dois menores salários é R$ 4.000,00, e a soma dos três maiores salários é R$ 12.000,00. Excluindo-se o menor e o maior desses cinco salários, a média dos 3 restantes é R$ 3.000,00, podendo-se concluir que a média aritmética entre o menor e o maior desses salários é igual a
(A) R$ 3.500,00.
(B) R$ 3.400,00.
(C) R$ 3.050,00.
(D) R$ 2.800,00.
(E) R$ 2.500,00.

07. (TJM-SP – Oficial de Justiça – VUNESP) Ao encerrar o movimento diário, um atacadista, que vende à vista e a prazo, montou uma tabela relacionando a porcentagem do seu faturamento no dia com o respectivo prazo, em dias, para que o pagamento seja efetuado.

PORCENTUAL DO FATURAMENTO	PRAZO PARA PAGAMENTO (DIAS)
15%	À vista
20%	30
35%	60
20%	90
10%	120

O prazo médio, em dias, para pagamento das vendas efetuadas nesse dia, é igual a
(A) 75.
(B) 67.
(C) 60.
(D) 57.
(E) 55.

08. (SEDUC/RJ - Professor – Matemática – CEPERJ) Uma loja de roupas de malha vende camisetas com malha de três qualidades. Cada camiseta de malha comum custa R$15,00, de malha superior custa R$24,00 e de malha especial custa R$30,00. Certo mês, a loja vendeu 180 camisetas de malha comum, 150 de malha superior e 70 de malha especial. O preço médio, em reais, da venda de uma camiseta foi de:
(A) 20.
(B) 20,5.
(C) 21.
(D) 21,5.
(E) 11.

09. (CÂMARA MUNICIPAL DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO/SP – Programador de Computador – FIP) A média semestral de um curso é dada pela média ponderada de três provas com peso igual a 1 na primeira prova, peso 2 na segunda prova e peso 3 na terceira. Qual a média de um aluno que tirou 8,0 na primeira, 6,5 na segunda e 9,0 na terceira?
(A) 7,0
(B) 8,0
(C) 7,8
(D) 8,4
(E) 7,2

10. (SESP/MT – Perito Oficial Criminal - Engenharia Civil/ Engenharia Elétrica/Física/Matemática – FUNCAB/2014) A tabela abaixo mostra os valores mensais do Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) pagos pelos apartamentos de um condomínio. Determine a média aritmética desses valores.

Número de Apartamentos	Valor de IPTU Pago
5	R$ 180,00
5	R$ 200,00
10	R$ 220,00
10	R$ 240,00
4	R$ 300,00
6	R$ 400,00

(A) R$ 248,50
(B) R$ 252,50
(C) R$ 255,50
(D) R$ 205,50
(E) R$ 202,50

11. (SAP/SP - AGENTE DE SEGURANÇA PENITENCIÁRIA DE CLASSE I – VUNESP/2013) Em uma seção de uma empresa com 20 funcionários, a distribuição dos salários mensais, segundo os cargos que ocupam, é a seguinte:

CARGO	N.º DE EMPREGADOS	SALÁRIO MENSAL (R$)
Gerentes	2	X
Secretários	8	1.700,00
Estagiários	10	1.200,00

Sabendo-se que o salário médio desses funcionários é de R$ 1.490,00, pode-se concluir que o salário de cada um dos dois gerentes é de

(A) R$ 2.900,00.
(B) R$ 4.200,00.
(C) R$ 2.100,00.
(D) R$ 1.900,00.
(E) R$ 3.400,00.

12. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST/2014) Em um concurso existem provas de Português, Matemática, Informática e Conhecimentos Específicos, com pesos respectivos 2, 3, 1 e 4. Um candidato obteve as seguintes notas nas provas de Português, Matemática e Informática:

Disciplina	Nota
Português	77
Matemática	62
Informática	72

Se a nota do candidato no concurso foi 80, qual foi a sua nota na prova de Conhecimentos Específicos?

(A) 95
(B) 96
(C) 97
(D) 98
(E) 99

13. (VUNESP – 2014 – FUNDUNESP – Assistente Administrativo) Um concurso teve duas fases, e, em cada uma delas, os candidatos foram avaliados com notas que variaram de zero a dez. Para efeito de classificação, foram consideradas as médias ponderadas de cada candidato, uma vez que os pesos da 1.ª e da 2.ª fases foram 2 e 3, respectivamente. Se um candidato tirou 8 na 1.ª fase e 5 na 2.ª, então é verdade que sua média ponderada foi

(A) 6,2.
(B) 6,5.
(C) 6,8.
(D) 7,1.
(E) 7,4.

14. (SAAE/SP - Fiscal Leiturista – VUNESP/2014) A tabela mostra os valores de algumas latinhas de bebidas vendidas em um clube e a quantidade consumida por uma família, em certo dia.

Bebidas (latinha)	Valor unitário	Quantidade Consumida
Refrigerante	R$ 4,00	8
Suco	R$ 5,00	6
Cerveja	X	4

Considerando-se o número total de latinhas consumidas por essa família nesse dia, na média, o preço de uma latinha saiu por R$ 5,00. Então, o preço de uma latinha de cerveja era

(A) R$ 5,00.
(B) R$ 5,50.
(C) R$ 6,00.
(D) R$ 6,50.
(E) R$ 7,00.

15. (Instituto de Pesquisas Tecnológicas – Secretária – VUNESP/2014) Em um edifício residencial, 14 unidades pagam uma taxa mensal de condomínio no valor de 930 reais. Para as 28 unidades restantes, que são menores, a taxa mensal de condomínio também é menor. Sabendo-se que o valor médio da taxa mensal de condomínio, nesse edifício, é de 750 reais, é correto afirmar que o valor em reais que cada unidade menor paga mensalmente de condomínio é igual a

(A) 600.
(B) 620.
(C) 660.
(D) 700.
(E) 710.

Respostas

01. Resposta: E.

Foi dado que: J = 2.M

$J = \frac{a+b+\cdots+g}{7} = 2.M$ (I)

Foi pedido: $\frac{a+b+\cdots+g}{J} = ?$

Na equação (I), temos que:

$7 = \frac{a+b+\cdots+g}{J}$

$\frac{7}{2} = \frac{a+b+\cdots+g}{M}$

$$\frac{a+b+\cdots+g}{M} = 3,5$$

02. Resposta: E.

[30, 34] = 600, somatória de todos os homens é: 300+400+600+500+200= 2000

$\frac{600}{300+400+600+500+200} = \frac{600}{2000} = 0,3 . (100) = 30\%$

03. Resposta: C.

$$\frac{3.800+5.900}{3+5} = \frac{2400+4500}{8} = \frac{6900}{8} = 862,5$$

04. Resposta: D.

Do enunciado temos m = h + 8 (sendo m = mulheres e h = homens).

A média da turma é 7,5, sendo S a soma das notas: $\frac{S}{m+h} = 7,5 \Rightarrow S = 7,5(m+h)$

A média das mulheres é 8, sendo S_1 a soma das notas: $\frac{S_1}{m} = 8 \Rightarrow S_1 = 8m$

A média dos homens é 6, sendo S_2 a soma das notas: $\frac{S_2}{h} = 6 \Rightarrow S_2 = 6h$

Somando as notas dos homens e das mulheres:

$S_1 + S_2 = S$
8m + 6h = 7,5(m + h)
8m + 6h = 7,5m + 7,5h
8m – 7,5m = 7,5h – 6h
0,5m =1,5h
$m = \frac{1,5h}{0,5}$
$m = 3h$
h + 8 = 3h
8 = 3h – h
8 = 2h ➔ h = 4
m = 4 + 8 = 12
Total de alunos = 12 + 4 = 16

05. Resposta: A.

Sendo S a soma das alturas e y a média, temos:

$\frac{S}{5} = y$ ➔ S = 5y

$\frac{S-3,45}{3} = 1,8$ ➔ S – 3,45 = 1,8.3

S – 3,45 = 5,4
S = 5,4 + 3,45
S = 8,85, então:
5y = 8,85
y = 8,85 : 5 = 1,77
1,80 – 1,77 = 0,03 m = 3 cm a mais.

06. Resposta: A.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$
$x_1 + x_2 = 4000$
$x_3 + x_4 + x_5 = 12000$

$$\frac{x_2 + x_3 + x_4}{3} = 3000$$

$x_2 + x_3 + x_4 = 9000$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4000 + 12000 = 16000$$

Sendo o menor e o maior salário, respectivamente:

$$x_1 + 9000 + x_5 = 16000$$

$$x_1 + x_5 = 16000 - 9000 = 7000$$

Então, a média aritmética:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{7000}{2} = 3500$$

07. Resposta: D.

Média aritmética ponderada: multiplicamos o porcentual pelo prazo e dividimos pela soma dos porcentuais.

$$\frac{15.0 + 20.30 + 35.60 + 20.90 + 10.120}{15 + 20 + 35 + 20 + 10} =$$

$$= \frac{600 + 2100 + 1800 + 1200}{100} =$$

$$= \frac{5700}{100} = 57$$

08. Resposta: C.

Também média aritmética ponderada.

$$\frac{180.15+150.24+70.30}{180+150+70} =$$

$$= \frac{2700+3600+2100}{400} =$$

$$= \frac{8400}{400} = 21$$

09. Resposta: B.

Na média ponderada multiplicamos o peso da prova pela sua nota e dividimos pela soma de todos os pesos, assim temos:

$$MP = \frac{8.1 + 6{,}5.2 + 9.3}{1 + 2 + 3} = \frac{8 + 13 + 27}{6} = \frac{48}{6} = 8{,}0$$

10. Resposta: B.

$$M = \frac{5.180 + 5.200 + 10.220 + 10.240 + 4.300 + 6.400}{5 + 5 + 10 + 10 + 4 + 6} = \frac{10100}{40} = 252{,}50$$

11. Resposta: C.

$$Média = \frac{2x + 8 \cdot 1700 + 10 \cdot 1200}{20}$$

$$1490 = \frac{2x + 8 \cdot 1700 + 10 \cdot 1200}{20}$$

$$2x + 13600 + 12000 = 29800$$
$$2x = 4200$$
$$x = 2100$$

Cada um dos gerentes recebem R$ 2100,00

12. Resposta: C.

$$\frac{2.77 + 3.62 + 1.72 + 4.x}{2 + 3 + 1 + 4} = 80$$

$$\frac{412 + 4.x}{10} = 80$$

4x + 412 = 80 . 10
4x = 800 – 412
x = 388 / 4
x = 97

13. Resposta: A.

$$M_p = \frac{2.8 + 3.5}{2 + 3} = \frac{16 + 15}{5} = \frac{31}{5} = 6{,}2$$

14. Resposta: E.

$$\frac{8.4+6.5+4.x}{8+6+4} = 5$$

$$\frac{62 + 4.x}{18} = 5$$

4.x = 90 – 62
x = 28 / 4
x = R$ 7,00

15. Resposta: C.

$$\frac{\mathbf{14.930 + 28.x}}{\mathbf{14 + 28}} = \mathbf{750}$$

$$\frac{\mathbf{13020 + 28.x}}{\mathbf{42}} = \mathbf{750}$$

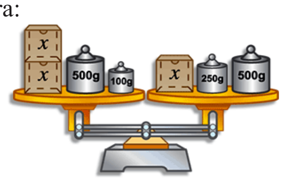
13020 + 28.x = 42 . 750
28.x = 31500 – 13020
x = 18480 / 28
x = R$ 660,00

9. Sistema de equações do 1º grau.

EQUAÇÃO DO 1º GRAU OU LINEAR

Equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade e uma incógnita ou variável (x, y, z,...).

Observe a figura:



A figura acima mostra uma equação (uma igualdade), onde precisamos achar o valor da variável x, para manter a balança equilibrada. Equacionando temos:

x + x + 500 + 100 = x + 250 + 500 ➔ 2x + 600 = x + 750.

Exemplos:

2x + 8 = 0

5x – 4 = 6x + 8

3a – b – c = 0

- Não são equações:

4 + 8 = 7 + 5 (Não é uma sentença aberta)

x – 5 < 3 (Não é igualdade)

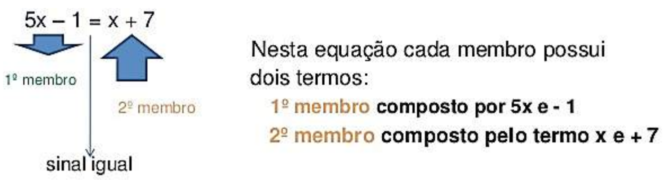
5 ≠ 7 (não é sentença aberta, nem igualdade)

➔ Termo Geral da equação do 1º grau

Onde a e b (a≠0) são números conhecidos e a diferença de 0, se resolve de maneira simples: subtraindo b dos dois lados obtemos:

ax +b – b = 0 – b ➔ ax = -b ➔ x = -b/a

➔ Termos da equação do 1º grau



➔ Resolução da equação do 1º grau

O método que usamos para resolver a equação de 1º grau é isolando a incógnita, isto é, deixar a incógnita sozinha em um dos lados da igualdade. O método mais utilizado para isso é invertermos as operações. Vejamos

Resolvendo a equação 2x + 600 = x + 750, passamos os termos que tem x para um lado e os números para o outro invertendo as operações.

2x – x = 750 – 600, com isso eu posso resolver minha equação.

➔ x = 150

Outros exemplos:

1) Resolução da equação 3x – 2 = 16, invertendo operações.

Procedimento e justificativa: Se 3x – 2 dá 16, conclui-se que 3x dá 16 + 2, isto é, 18 (invertemos a subtração). Se 3x é igual a 18, é claro que x é igual a 18 : 3, ou seja, 6 (invertemos a multiplicação por 3).

Registro:

3x – 2 = 16

3x = 16 + 2

3x = 18

$x = \frac{18}{3}$

x = 6

2) Resolução da equação: $1 - 3x + \frac{2}{5} = x + \frac{1}{2}$, efetuando a mesma operação nos dois lados da igualdade(outro método de resolução).

Procedimento e justificativa: Multiplicamos os dois lados da equação pelo mmc (2;5) = 10. Dessa forma, são eliminados os denominadores. Fazemos as simplificações e os cálculos necessários e isolamos x, sempre efetuando a mesma operação nos dois lados da igualdade. No registro, as operações feitas nos dois lados da igualdade são indicadas com as setas curvas verticais.

Registro:

1 – 3x + 2/5 = x + 1 /2

$$\frac{1.(10) - 3x.(10) + 2.(2)}{\cancel{10}} = \frac{x.(10) + 1.(5)}{\cancel{10}}$$

10 – 30x + 4 = 10 x + 5

-30x -10x = 5 – 10 – 4

-40x = -9 (-1)

40x = 9

x = 9/40

x = 0,225

Há também um processo prático, bastante usado, que se baseia nessas ideias e na percepção de um padrão visual.

- Se <u>a + b = c</u>, conclui-se que <u>a = c – b.</u>

Na primeira igualdade, a parcela *b* aparece somando no lado esquerdo; na segunda, a parcela *b* aparece subtraindo no lado direito da igualdade.

- Se <u>a . b = c</u>, conclui-se que <u>a = c : b</u>, desde que <u>b ≠ 0</u>.

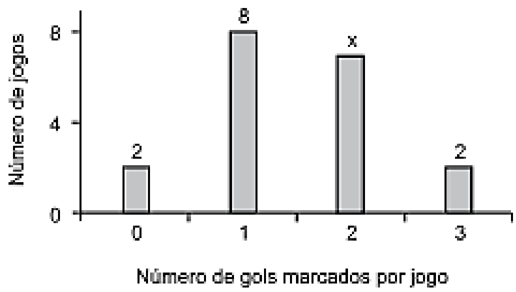
Na primeira igualdade, o número *b* aparece multiplicando no lado esquerdo; na segunda, ele aparece dividindo no lado direito da igualdade.

O processo prático pode ser formulado assim:

- Para isolar a incógnita, coloque todos os termos com incógnita de um lado da igualdade e os demais termos do outro lado.
- Sempre que mudar um termo de lado, inverta a operação

Questões

01. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) O gráfico mostra o número de gols marcados, por jogo, de um determinado time de futebol, durante um torneio.



Sabendo que esse time marcou, durante esse torneio, um total de 28 gols, então, o número de jogos em que foram marcados 2 gols é:

(A) 3.
(B) 4.
(C) 5.
(D) 6.
(E) 7.

02. (PREF. IMARUÍ – AGENTE EDUCADOR – PREF. IMARUÍ/2014) Certa quantia em dinheiro foi dividida igualmente entre três pessoas, cada pessoa gastou a metade do dinheiro que ganhou e 1/3(um terço) do restante de cada uma foi colocado em um recipiente totalizando R$900,00(novecentos reais), qual foi a quantia dividida inicialmente?

(A) R$900,00
(B) R$1.800,00
(C) R$2.700,00
(D) R$5.400,00

03. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB/2014) Um grupo formado por 16 motoristas organizou um churrasco para suas famílias. Na semana do evento, seis deles desistiram de participar. Para manter o churrasco, cada um dos motoristas restantes pagou R$ 57,00 a mais.

O valor total pago por eles, pelo churrasco, foi:

(A) R$ 570,00
(B) R$ 980,50
(C) R$ 1.350,00
(D) R$ 1.480,00
(E) R$ 1.520,00

04. (METRÔ – Assistente Administrativo Júnior – FCC/2014) Uma linha de Metrô inicia-se na 1ª estação e termina na 18ª estação. Sabe-se que a distância dentre duas estações vizinhas é sempre a mesma, exceto da 1ª para a 2ª, e da 17ª para a 18ª, cuja distância é o dobro do padrão das demais estações vizinhas. Se a distância da 5ª até a 12ª estação é de 8 km e 750 m, o comprimento total dessa linha de Metrô, da primeira à última estação, é de

(A) 23 km e 750 m.
(B) 21 km e 250 m.
(C) 25 km.
(D) 22 km e 500 m.
(E) 26 km e 250 m.

05. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Um funcionário de uma empresa deve executar uma tarefa em 4 semanas. Esse funcionário executou 3/8 da tarefa na 1ª semana. Na 2ª semana, ele executou 1/3 do que havia executado na 1ª semana. Na 3ª e 4ª semanas, o funcionário termina a execução da tarefa e verifica que na 3ª semana executou o dobro do que havia executado na 4ª semana. Sendo assim, a fração de toda a tarefa que esse funcionário executou na 4ª semana é igual a

(A) 5/16.
(B) 1/6.
(C) 8/24.
(D)1/ 4.
(E) 2/5.

06. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC/2014) Bia tem 10 anos a mais que Luana, que tem 7 anos a menos que Felícia. Qual é a diferença de idades entre Bia e Felícia?

(A) 3 anos.
(B) 7 anos.
(C) 5 anos.
(D) 10 anos.
(E) 17 anos.

07. (DAE AMERICANAS/SP – ANALISTA ADMINSTRATIVO – SHDIAS/2013) Em uma praça, Graziela estava conversando com Rodrigo. Graziela perguntou a Rodrigo qual era sua idade, e ele respondeu da seguinte forma:

- 2/5 de minha idade adicionados de 3 anos correspondem à metade de minha idade.

Qual é a idade de Rodrigo?

(A) Rodrigo tem 25 anos.
(B) Rodrigo tem 30 anos.
(C) Rodrigo tem 35 anos.
(D) Rodrigo tem 40 anos.

08. (METRO/SP - AGENTE DE SEGURANÇA METROVIÁRIA I - FCC/2013) Dois amigos foram a uma pizzaria. O mais velho comeu da pizza que compraram. Ainda da mesma pizza o mais novo comeu da quantidade que seu amigo havia comido. Sendo assim, e sabendo que mais nada dessa pizza foi comido, a fração da pizza que restou foi

$(A)\,\frac{3}{5}$

$(B)\,\frac{7}{8}$

$(C)\,\frac{1}{10}$

$(D)\,\frac{3}{10}$

$(E)\,\frac{36}{40}$

09. (METRO/SP - AGENTE DE SEGURANÇA METROVIÁRIA I - FCC/2013) Glauco foi à livraria e comprou 3 exemplares do livro J. Comprou 4 exemplares do livro K, com preço unitário de 15 reais a mais que o preço unitário do livro J. Comprou também um álbum de fotografias que custou a terça parte do preço unitário do livro K.

Glauco pagou com duas cédulas de 100 reais e recebeu o troco de 3 reais. Glauco pagou pelo álbum o valor, em reais, igual a

(A) 33.
(B) 132.
(C) 54.
(D) 44.
(E) 11.

10. AGENTE DE SEGURANÇA METROVIÁRIA I - FCC/2013) Hoje, a soma das idades de três irmãos é 65 anos. Exatamente dez anos antes, a idade do mais velho era o dobro da idade do irmão do meio, que por sua vez tinha o dobro da idade do irmão mais novo. Daqui a dez anos, a idade do irmão mais velho será, em anos, igual a

(A) 55.
(B) 25.
(C) 40.
(D) 50.
(E) 35.

Respostas

01. Resposta: E.

0.2 + 1.8 + 2.x + 3.2 = 28
0 + 8 + 2x + 6 = 28
2x = 28 – 14
x = 14 / 2
x = 7

02. Resposta: B.

Quantidade a ser dividida: x

Se 1/3 de cada um foi colocado em um recipiente e deu R$900,00, quer dizer que cada uma colocou R$300,00.

$$\frac{x}{3} = \frac{\frac{x}{3}}{2} + 300$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{6} + 300$$

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{6} = 300$$

$$\frac{2x - x}{6} = 300$$

$$\frac{x}{6} = 300$$

x = 1800

03. Resposta: E.
Vamos chamar de (x) o valor para cada motorista. Assim:
16 . x = Total
Total = 10 . (x + 57)   (pois 6 desistiram)
Combinando as duas equações, temos:
16.x = 10.x + 570
16.x – 10.x = 570
6.x = 570
x = 570 / 6
x = 95
O valor total é: 16 . 95 = R$ 1520,00.

1ª 2ª 3ª 4ª ... 16ª 17ª 18ª
/----------------/--------/--------/------ ... --------/--------/----------------/
2x x x x x x 2x

Sabemos que da 5ª até a 12ª estação = 8 km + 750 m = 8750 m.
A quantidade de “espaços” da 5ª até a 12ª estação é: (12 – 5). x = 7.x
Assim: 7.x = 8750
x = 8750 / 7
x = 1250 m
Por fim, vamos calcular o comprimento total:
17 – 2 = 15 espaços
2.x + 2.x + 15.x =
= 2.1250 + 2.1250 + 15.1250 =
= 2500 + 2500 + 18750 = 23750 m 23 km + 750 m

05. Resposta: B.
Tarefa: x
Primeira semana: 3/8x

2 semana: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}x = \frac{1}{8}x$

1ª e 2ª semana: $\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}x = \frac{4}{8}x = \frac{1}{2}x$

Na 3ª e 4ª semana devem ser feito a outra metade, pois ele executou a metade na 1ª e 2ª semana como consta na fração acima (1/2x).
3ªsemana: 2y
4ª semana: y

$$2y + y = \frac{1}{2}x$$
$$3y = \frac{1}{2}x$$
$$y = \frac{1}{6}x$$

06. Resposta: A.
Luana: x
Bia: x + 10
Felícia: x + 7
Bia – Felícia = x + 10 – x – 7 = 3 anos.

07. Resposta: B.
Idade de Rodrigo: x

$$\frac{2}{5}x + 3 = \frac{1}{2}x$$
$$\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}x = -3$$

Mmc(2,5)=10

$$\frac{4x - 5x}{10} = -3$$

$$4x - 5x = -30$$

08. Resposta: C.
$pizza: x \quad \therefore \quad y: o\ que\ restou\ da\ pizza$

$$mais\ velho: \frac{3}{8}x$$

$$mais\ novo: \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{8}x = \frac{21}{40}x$$

$$\frac{3}{8}x + \frac{21}{40}x + y = x$$
$$y = x - \frac{3}{8}x - \frac{21}{40}x$$

$$y = \frac{40x - 15x - 21x}{40} = \frac{4x}{40} = \frac{1}{10}x$$

Sobrou 1/10 da pizza.

09. Resposta: E.
Preço livro J: x
Preço do livro K: x+15

$$álbum: \frac{x + 15}{3}$$

Valor pago:197 reais (2.100 – 3)

$$3x + 4(x + 15) + \frac{x + 15}{3} = 197$$

$$\frac{9x + 12(x + 15) + x + 15}{3} = 197$$

$$9x + 12x + 180 + x + 15 = 591$$
$$22x = 396$$
$$x = 18$$
$$álbum: \frac{x + 15}{3} = \frac{18 + 15}{3} = 11$$

O valor pago pelo álbum é de R$ 11,00.

10. Resposta: C.
Irmão mais novo: x
Irmão do meio: 2x
Irmão mais velho:4x
Hoje:
Irmão mais novo: x + 10
Irmão do meio: 2x + 10
Irmão mais velho:4x + 10
x + 10 + 2x + 10 + 4x + 10 = 65
7x = 65 – 30
7x = 35
x = 5
hoje:
Irmão mais novo: x + 10 = 5 + 10 = 15
Irmão do meio: 2x + 10 = 10 + 10 = 20
Irmão mais velho:4x + 10 = 20 + 10 = 30
Daqui a dez anos
Irmão mais novo: 15 + 10 = 25
Irmão do meio: 20 + 10 = 30
Irmão mais velho: 30 + 10 = 40
O irmão mais velho terá 40 anos.

SISTEMA DO 1º GRAU OU LINEARES

- Definição

Observe o raciocínio: João e José são colegas. Ao passarem por uma livraria, João resolveu comprar 2 cadernos e 3 livros e pagou por eles R$ 15,40, no total dos produtos. José gastou R$ 9,20 na compra de 2 livros e 1 caderno. Os dois ficaram satisfeitos e foram para casa.

No dia seguinte, encontram um outro colega e falaram sobre suas compras, porém não se lembrava do preço unitário dos livros. Sabiam, apenas que todos os livros, como todos os cadernos, tinham o mesmo preço.

Bom, diante deste problema, será que existe algum modo de descobrir o preço de cada livro ou caderno com as informações que temos? Será visto mais à frente.

Um sistema de equação do primeiro grau com duas incógnitas x e y, pode ser definido como um conjunto formado por duas equações do primeiro grau. Lembrando que equação do primeiro grau é aquela que em todas as incógnitas estão elevadas à potência 1.

- Observações gerais

Já estudamos sobre equações do primeiro grau com duas incógnitas, como exemplo: $x + y = 7$; $x – y = 30$; $x + 2y = 9$ $x – 3y = 15$

Foi visto também que as equações do 1º grau com duas variáveis admitem infinitas soluções:

$x + y = 6$ $x – y = 7$

x	y		x	y
0	6		0	-7
1	5		1	-6
2	4		2	-5
3	3		3	-4
4	2		4	-3
5	1		5	-2
6	0		6	-1
...			...	

Vendo a tabela acima de soluções das duas equações, é possível checar que o par (4;2), isto é, $x = 4$ e $y = 2$, é a solução para as duas equações.

Assim, é possível dizer que as equações

$x + y = 6$

$x – y = 7$

Formam um sistema de equações do 1º grau.

Exemplos de sistemas:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 10 \\ 4x - 5y + z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 5x - 2y = 22 \end{cases}$$

{Observe este símbolo. A matemática convencionou neste caso para indicar que duas ou mais equações formam um sistema.

- Resolução de sistemas

Resolver um sistema significa encontrar um par de valores das incógnitas **x** e **y** que faça verdadeira as equações que fazem parte do sistema.

Exemplos:

a) O par (4,3) pode ser a solução do sistema

$x – y = 2$

$x + y = 6$

Para saber se estes valores satisfazem ao sistema, basta substituir os valores em ambas as equações:

$x - y = 2$; $x + y = 6$

$4 – 3 = 1$; $4 + 3 = 7$

$1 \neq 2$ (falso) $7 \neq 6$ (falso)

A resposta então é falsa. O par (4,3) não é a solução do sistema de equações acima.

b) O par (5,3) pode ser a solução do sistema

$x – y = 2$

$x + y = 8$

Para saber se estes valores satisfazem ao sistema, basta substituir os valores em ambas as equações:

$x – y = 2$; $x + y = 8$

$5 – 3 = 2$; $5 + 3 = 8$

$2 = 2$ (verdadeiro $8 = 8$ (verdadeiro)

A resposta então é verdadeira. O par (5, 3) é a solução do sistema de equações acima.

- Métodos para solução de sistemas do 1º grau.

Método de substituição

Esse método de resolução de um sistema de 1º grau estabelece que "extrair" o valor de uma incógnita é substituir esse valor na outra equação.

Observe:

$x – y = 2$

$x + y = 4$

Vamos escolher uma das equações para "extrair" o valor de uma das incógnitas, ou seja, estabelecer o valor de acordo com a outra incógnita, desta forma:

$x – y = 2 \rightarrow x = 2 + y$

Agora iremos substituir o "**x**" encontrado acima, na "**x**" da segunda equação do sistema:

$x + y = 4$

$(2 + y) + y = 4$

$2 + 2y = 4 \rightarrow 2y = 4 – 2 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$

Temos que: $x = 2 + y$, então

$x = 2 + 1$

$x = 3$

Assim, o par (3, 1) torna-se a solução verdadeira do sistema.

Método da adição

Este método de resolução de sistema do 1º grau consiste apenas em somas os termos das equações fornecidas.

Observe:

$x – y = - 2$

$3x + y = 5$

Neste caso de resolução, somam-se as equações dadas:

$x – y = -2$

$\underline{3x + y = 5}$ +

$4x = 3$

$x = 3/4$

Veja nos cálculos que quando somamos as duas equações o termo "y" se anula. Isto tem que ocorrer para que possamos achar o valor de "x".

Agora, e quando ocorrer de somarmos as equações e os valores de "x" ou "y" não se anularem para ficar somente uma incógnita?

Neste caso, é possível usar uma técnica de cálculo de multiplicação pelo valor excludente negativo.

Ex.:

$3x + 2y = 4$

$2x + 3y = 1$

Ao somarmos os termos acima, temos:

$5x + 5y = 5$, então para anularmos o "x" e encontramos o valor de "y", fazemos o seguinte:

» multiplica-se a 1ª equação por +2
» multiplica-se a 2ª equação por – 3

Vamos calcular então:
3x + 2y = 4 (x +2)
2x + 3y = 1 (x -3)
6x +4y = 8
-6x - 9y = -3 +
-5y = 5
y = -1

Substituindo:
2x + 3y = 1
2x + 3.(-1) = 1
2x = 1 + 3
x = 2

Verificando:
3x + 2y = 4 ➔ 3.(2) + 2(-1) = 4 ➔ 6 – 2 = 4
2x + 3y = 1 ➔ 2.(2) + 3(-1) = 1 ➔ 4 – 3 = 1

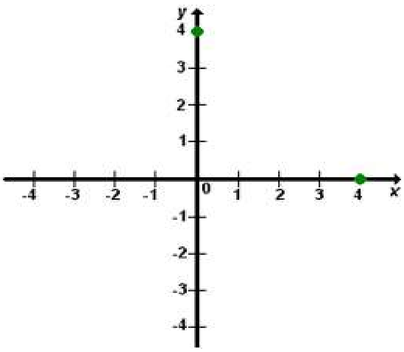
- Gráfico de um sistema do 1º grau

Dispondo de dois pontos, podemos representa-los graficamente em um plano cartesiano. A figura formada por esses pontos é uma reta.

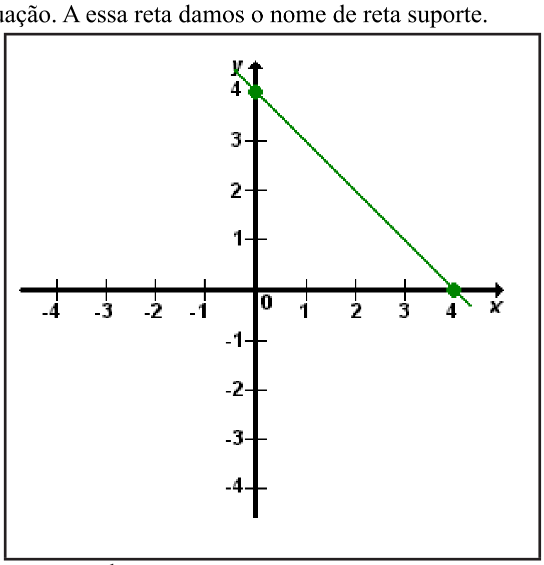
Exemplo:

Dado x + y = 4 , vamos traçar o gráfico desta equação. Vamos atribuir valores a x e a y para acharmos os pontos no gráfico.

x	y
4	0
0	4



Unindo os pontos traçamos a reta, que contém todos os pontos da equação. A essa reta damos o nome de reta suporte.



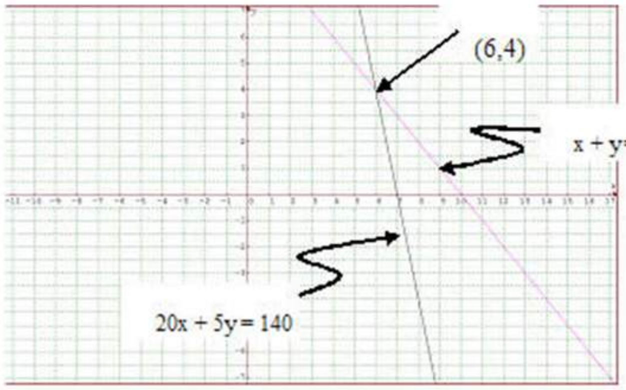
Outro exemplo:

Atribuindo valores a x e y montamos o gráfico do sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 5y = 140 \end{cases}$$

x + y = 10	
x	y
3	7
6	4
5	5

20x + 5y = 140	
x	y
3	16
6	4
7	0



Observe que o ponto (6,4) que é ponto de intersecção das duas equações, é a solução do sistema, ao qual satisfaz a condição das duas equações simultaneamente.

Questões

01. (SABESP – APRENDIZ – FCC/2012) Em uma gincana entre as três equipes de uma escola (amarela, vermelha e branca), foram arrecadados 1 040 quilogramas de alimentos. A equipe amarela arrecadou 50 quilogramas a mais que a equipe vermelha e esta arrecadou 30 quilogramas a menos que a equipe branca. A quantidade de alimentos arrecadada pela equipe vencedora foi, em quilogramas, igual a

(A) 310
(B) 320
(C) 330
(D) 350
(E) 370

02. (PM/SE – SOLDADO 3ªCLASSE – FUNCAB/2014) Os cidadãos que aderem voluntariamente à Campanha Nacional de Desarmamento recebem valores de indenização entre R$150,00 e R$450,00 de acordo com o tipo e calibre do armamento. Em uma determinada semana, a campanha arrecadou 30 armas e pagou indenizações somente de R$150,00 e R$450,00, num total de R$7.500,00.

Determine o total de indenizações pagas no valor de R$150,00.

(A) 20
(B) 25
(C) 22
(D) 24
(E) 18

03. (PREF. LAGOA DA CONFUSÃO/TO – ORIENTADOR SOCIAL – IDECAN/2013) A razão entre a idade de Cláudio e seu irmão Otávio é 3, e a soma de suas idades é 28. Então, a idade de Marcos que é igual a diferença entre a idade de Cláudio e a idade de Otávio é

(A) 12.
(B) 13.
(C) 14.
(D) 15.
(E) 16.

04. (PREF. NEPOMUCENO/MG – PORTEIRO – CONSULPLAN/2013) Numa adega encontram-se armazenadas garrafas de vinho seco e suave num total de 300 garrafas, sendo que o número de garrafas de vinho seco excede em 3 unidades o dobro do número de garrafas de vinho suave. Assim, a porcentagem de garrafas de vinho seco dessa adega é igual a

(A) 60%.
(B) 63%.
(C) 65%.
(D) 67%.
(E) 70%.

05. (PETROBRAS - TÉCNICO DE ADMINISTRAÇÃO E CONTROLE JÚNIOR – CESGRANRIO/2013) Maria vende salgados e doces. Cada salgado custa R$2,00, e cada doce, R$1,50. Ontem ela faturou R$95,00 vendendo doces e salgados, em um total de 55 unidades.

Quantos doces Maria vendeu?

(A) 20
(B) 25
(C) 30
(D) 35
(E) 40

06. (TRT 6ª – ANALISTA JUDICIÁRIO – ADMINISTRATIVA – FCC/2012) Para fazer um trabalho, um professor vai dividir os seus 86 alunos em 15 grupos, alguns formados por cinco, outros formados por seis alunos. Dessa forma, sendo C o número de grupos formados por cinco e S o número de grupos formados por seis alunos, o produto C • S será igual a

(A) 56.
(B) 54.
(C) 50.
(D) 44.
(E) 36.

07. (BANCO DO BRASIL – ESCRITURÁRIO – FCC/2013) Dos 56 funcionários de uma agência bancária, alguns decidiram contribuir com uma lista beneficente. Contribuíram 2 a cada 3 mulheres, e 1 a cada 4 homens, totalizando 24 pessoas.

A razão do número de funcionárias mulheres para o número de funcionários homens dessa agência é de

(A) 3 para 4.
(B) 2 para 3.
(C) 1 para 2.
(D) 3 para 2.
(E) 4 para 5.

08. (SABESP – ANALISTA DE GESTÃO I -CONTABILIDADE – FCC/2012) Em um campeonato de futebol, as equipes recebem, em cada jogo, três pontos por vitória, um ponto em caso de empate e nenhum ponto se forem derrotadas. Após disputar 30 partidas, uma das equipes desse campeonato havia perdido apenas dois jogos e acumulado 58 pontos. O número de vitórias que essa equipe conquistou, nessas 30 partidas, é igual a

(A) 12
(B) 14
(C) 16
(D) 13
(E) 15

09. (TJ/SP – ESCREVENTE TÉCNICO JUDICIÁRIO – VUNESP/2013) Uma empresa comprou um determinado número de folhas de papel sulfite, embaladas em pacotes de mesma quantidade para facilitar a sua distribuição entre os diversos setores.

Todo o material deverá ser entregue pelo fornecedor acondicionado em caixas, sem que haja sobras. Se o fornecedor colocar 25 pacotes por caixa, usará 16 caixas a mais do que se colocar 30 pacotes por caixa. O número total de pacotes comprados, nessa encomenda, foi

(A) 2200.
(B) 2000.
(C) 1800.
(D)2400.
(E) 2500.

10. SEAP – AGENTE DE ESCOLTA E VIGILÂNCIA PENITENCIÁRIA – VUNESP/2013) A razão entre o número de litros de óleo de milho e o número de litros de óleo de soja vendidos por uma mercearia, nessa ordem, foi de 5/7. Se o número total de litros de óleo vendidos (soja + milho) foi 288, então o número de litros de óleo de soja vendidos foi

(A) 170.
(B) 176.
(C) 174.
(D) 168.
(E) 172.

Respostas

01. Resposta: E.

Amarela: x
Vermelha: y
Branca: z
x = y + 50
y = z - 30
z = y + 30

$$\begin{cases} x+y+z=1040 \\ x=y+50 \\ z=y+30 \end{cases}$$

Substituindo a II e a III equação na I:

$y+50+y+y+30=1040$
$3y=1040-80$
y = 320
Substituindo na equação II
x = 320 + 50 = 370
z=320+30=350
A equipe que mais arrecadou foi a amarela com 370kg

02. Resposta: A.

Armas de R$150,00: x
Armas de R$450,00: y

$$\begin{cases} 150x+450y=7500 \\ x+y=30 \end{cases}$$

x = 30 – y
Substituindo na 1ª equação:

$150(30-y)+450y=7500$
$4500-150y+450y=7500$
$300y=3000$
$y=10$
$x=30-10=20$

O total de indenizações foi de 20.

03. Resposta: C.

Cláudio :x
Otávio: y

$$\begin{cases} x=3y \\ x+y=28 \end{cases}$$

$x+y=28$
3y + y = 28
4y = 28
y = 7   x = 21
Marcos: x – y = 21 – 7 = 14

04. Resposta: D.
Vinho seco: x
Vinho suave: y

$$\begin{cases} x + y = 300 \quad (I) \\ x = 2y + 3 \quad (II) \end{cases}$$

Substituindo II em I
2y + 3 + y = 300
3y = 297
y = 99
x = 201
300------100%
201-----x
x = 67%

05. Resposta: C.
Doces: x
Salgados: y

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 1{,}5x + 2y = 95 \end{cases}$$

Resolvendo pelo método da adição, vamos multiplicar todos os termos da 1ª equação por -1,5:

$$\begin{cases} -1{,}5x - 1{,}5y = -82{,}5 \\ 1{,}5x + 2y = 95 \end{cases}$$

Assim temos:

$$0{,}5y = 12{,}5$$
$$y = 25 \quad \therefore x = 30$$

Ela vendeu 30 doces

06. Resposta: D.

$$\begin{cases} 5C + 6S = 86 \\ C + S = 15 \end{cases}$$

C = 15 – S
Substituindo na primeira equação:
5(15 – S) + 6S = 86
75 – 5S + 6S = 86
S = 11
C = 15 – 11 = 4

$$C \cdot S = 4 \cdot 11 = 44$$

07. Resposta: A.
Mulheres: x
Homens: y

$$\begin{cases} x + y = 56 \quad \left(.-\frac{2}{3}\right) \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y = -\frac{112}{3} \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y = 24 \end{cases}$$

Somando as duas equações:

$$-\frac{2}{3}y + \frac{1}{4}y = -\frac{112}{3} + 24$$

mmc(3,4)=12

$$-8y + 3y = -448 + 288$$

-5y = - 160
y = 32
x = 24
razão de mulheres pra homens:

$$\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

08. Resposta: E.
Vitórias: x
Empate: y
Derrotas: 2
Pelo método da adição temos:

$$\begin{cases} x + y + 2 = 30.(-1) \\ 3x + y = 58 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - y = -28 \\ 3x + y = 58 \end{cases}$$

2x = 30
x = 15

09. Resposta: D.
Total de pacotes: x
Caixas: y

$$\frac{x}{25} = y + 16$$

$$25y + 400 = x$$
$$\frac{x}{30} = y$$
$$x = 30y$$

$$\begin{cases} 25y - x = -400 \\ x = 30y \end{cases}$$

Substituindo:

$$25y - 30y = -400$$
$$-5y = -400$$
$$y = 80$$
$$x = 30 \cdot 80 = 2400$$

10. Resposta: D.
Óleo de milho: M
Óleo de soja: S

$$\frac{M}{S} = \frac{5}{7} \quad 7M = 5S$$

$$\begin{cases} M + S = 288 \quad .(-7) \\ 7M - 5S = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7M - 7S = -2016 \\ 7M - 5S = 0 \end{cases}$$

$$-12S = -2016$$
$$S = 168$$

10. Relação entre grandezas: tabelas e gráficos.

Grandeza é tudo aquilo que pode ser contado e medido. Do dicionário, tudo o que pode aumentar ou diminuir (medida de grandeza.).

As grandezas proporcionais são aquelas que relacionadas a outras, sofrem variações. Elas podem ser d**iretamente** ou **inversamente proporcionais**.

Exemplos:

1 - Uma picape para ir da cidade A para a cidade B gasta dois tanques e meio de óleo diesel. Se a distância entre a cidade A e a cidade B é de 500 km e neste percurso ele faz 100 km com 25 litros de óleo diesel, quantos litros de óleo diesel cabem no tanque da picape?
A) 60
B) 50
C) 40
D) 70
E) 80

Observe que há uma relação entre as grandezas distância (km) e óleo diesel (litros). Equacionando temos:

100 km ------- 25 litros
500 km ------- x litros

Resolvendo:

$$\frac{100}{500}=\frac{25}{x}\rightarrow 100.x = 500.25$$

Observe que:
Se aumentarmos a Km aumentaremos também a quantidade de litros gastos. Logo as grandezas são diretamente proporcionais.

100x = 12500 ➔ x = 12500/100 ➔ x = 125

Este valor representa a quantidade em litros gasta para ir da cidade A à B. Como sabemos que ele gasta 2,5 tanques para completar esse percurso, vamos encontrar o valor que cabe em 1 tanque:

2,5 tanques ------ 125 litros
1 tanque ------- x litros
2,5x = 1.125 ➔ x = 125/2,5 ➔ x = 50 litros.

Logo 1 tanque dessa picape cabe 50 litros , a resposta correta esta na alternativa B.

2 – A tabela a seguir mostra a velocidade de um trem ao percorrer determinado percurso:

Velocidade (km/h)	40	80	120	...
Tempo (horas)	6	3	2	...

Se sua velocidade aumentar para 240 km/h, em quantas horas ele fará o percurso?

Podemos pegar qualquer velocidade para acharmos o novo tempo:

40 km ------ 6 horas
240 km ----- x horas

Observe que:
Se aumentarmos a velocidade, diminuímos de forma proporcional ao tempo. Logo as grandezas são inversamente proporcionais.

$$\frac{40}{240}=\frac{x}{6}\rightarrow 240x=40.6\ \rightarrow 240x=240\ \rightarrow x=1\ \ \therefore \textit{Logo o trem fará o percurso em 1 hora.}$$

Observe que invertemos os valores de uma das duas proporções (km ou tempo), neste exemplo optamos por inverter a grandeza tempo.

- Grandezas diretamente proporcionais (GDP)

São aquelas em que, uma delas variando, a outra varia na mesma razão da outra. Isto é, duas grandezas são diretamente proporcionais quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica, divididas à terça parte a outra também é dividida à terça parte... E assim por diante.

Matematicamente podemos escrever da seguinte forma:

$$\frac{\boldsymbol{a1}}{\boldsymbol{b1}}=\frac{\boldsymbol{a2}}{\boldsymbol{b2}}=\frac{\boldsymbol{a3}}{\boldsymbol{b3}}=\cdots=\boldsymbol{k}$$

Onde a grandeza **A ={a1,a2,a3...}** , a grandeza **B= {b1,b2,b3...}** e os valores entre suas razões são iguais a **k (constante de proporcionalidade)**.

Exemplos:

1 - Uma faculdade irá inaugurar um novo espaço para sua biblioteca, composto por três salões. Estima-se que, nesse espaço, poderão ser armazenados até 120.000 livros, sendo 60.000 no salão maior, 15.000 no menor e os demais no intermediário. Como a faculdade conta atualmente com apenas 44.000 livros, a bibliotecária decidiu colocar, em cada salão, uma quantidade de livros diretamente proporcional à respectiva capacidade máxima de armazenamento. Considerando a estimativa feita, a quantidade de livros que a bibliotecária colocará no salão intermediário é igual a

A) 17.000.
B) 17.500.
C) 16.500.
D) 18.500.
E) 18.000.

Como é diretamente proporcional, podemos analisar da seguinte forma:

No salão maior, percebe-se que é a metade dos livros, no salão menor é 1/8 dos livros.

Então, como tem 44.000 livros, o salão maior ficará com 22.000 e o salão menor com 5.500 livros.

22000+5500=27500

Salão intermediário:44.000-27.500=16.500 livros.

Resposta C

2 - Um mosaico foi construído com triângulos, quadrados e hexágonos. A quantidade de polígonos de cada tipo é proporcional ao número de lados do próprio polígono. Sabe-se que a quantidade total de polígonos do mosaico é 351. A quantidade de triângulos e quadrados somada supera a quantidade de hexágonos em

A) 108.
B) 27.
C) 35.
D) 162.
E) 81.

$triângulos: 3x$
$quadrado: 4x$
$hexágono: 6x$

$3x+4x+6x=351$
$13x=351$
$x=27$
$3x+4x=3.27+4.27$
$=81+108=189$
$6x=6.27$
$=162$ ➔ 189-162= 27

Resposta B

*Se uma grandeza aumenta ⬆ e a outra também ⬆, elas são diretamente proporcionais.
*Se uma grandeza diminui ⬇ e a outra também ⬇, elas também são diretamente proporcionais.

- Grandezas inversamente proporcionais (GIP)

São aquelas quando, variando uma delas, a outra varia na razão inversa da outra. Isto é, duas grandezas são inversamente proporcionais quando, dobrando uma delas, a outra se reduz pela metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para à terça parte... E assim por diante.

Matematicamente podemos escrever da seguinte forma:

$$\boldsymbol{a}1.\boldsymbol{b}1=\boldsymbol{a}2.\boldsymbol{b}2=\boldsymbol{a}3.\boldsymbol{b}3=\cdots=\boldsymbol{k}$$

Uma grandeza **A ={a1,a2,a3...}** será inversamente a outra **B={b1,b2,b3...}** , se e somente se, os produtos entre os valores de A e B são iguais.

Exemplos:

1 - Carlos dividirá R$ 8.400,00 de forma inversamente proporcional à idade de seus dois filhos: Marcos, de12 anos, e Fábio, de 9 anos. O valor que caberá a Fábio será de:
A) R$ 3.600,00
B) R$ 4.800,00
C) R$ 7.000,00
D) R$ 5.600,00

Marcos: a
Fábio: b
a + b = 8400

$$\frac{a}{\frac{1}{12}}+\frac{b}{\frac{1}{9}}=\frac{a+b}{\frac{1}{12}+\frac{1}{9}}$$

$$\frac{b}{\frac{1}{9}}=\frac{8400}{\frac{3}{36}+\frac{4}{36}}$$

$$\frac{7}{36}b=\frac{8400}{9}\rightarrow b=\frac{\frac{8400}{9}}{\frac{7}{36}}\rightarrow b=\frac{8400}{9}.\frac{36}{7}\rightarrow simplificando\ temos\ que:\ \frac{1200}{1}.\frac{4}{1}=4800$$

Resposta B

2 - Três técnicos judiciários arquivaram um total de 382 processos, em quantidades inversamente proporcionais as suas respectivas idades: 28, 32 e 36 anos. Nessas condições, é correto afirmar que o número de processos arquivados pelo mais velho foi:
A) 112
B) 126
C) 144
D) 152
E) 164

$$\frac{x}{\frac{1}{28}}=\frac{y}{\frac{1}{32}}=\frac{z}{\frac{1}{36}}\Rightarrow\frac{z}{\frac{1}{36}}=\frac{x+y+z}{\frac{1}{28}+\frac{1}{32}+\frac{1}{36}}\Rightarrow\frac{z}{\frac{1}{36}}=\frac{382}{\frac{72+63+56}{2016}}\Rightarrow$$

$$\frac{z}{\frac{1}{36}}=\frac{382}{\frac{191}{2016}}\Rightarrow\frac{z}{\frac{1}{36}}=382\cdot\frac{2016}{191}\Rightarrow\frac{z}{\frac{1}{36}}=2\cdot 2016\Rightarrow z=4032\cdot\frac{1}{36}\Rightarrow z=112$$

382 ➔ Somamos os inversos dos números, ou seja: $\frac{1}{28}+\frac{1}{32}+\frac{1}{36}$. Dividindo-se os denominadores por 4, ficamos com: $\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}=\frac{72+63+53}{504}=\frac{191}{504}$.Eliminando-se os denominadores, temos 191 que corresponde a uma soma. Dividindo-se a soma pela soma:

382 / 191 = 2.56 = 112

*Se uma grandeza aumenta ⬆ e a outra diminui ⬇, elas são inversamente proporcionais.

*Se uma grandeza diminui ⬇ e a outra aumenta ⬆, elas também são inversamente proporcionais.

Questões

01. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC/2014) Na tabela abaixo, a sequência de números da coluna A é inversamente proporcional à sequência de números da coluna B.

A	B
16	60
12	X
8	120
4	240

A letra X representa o número
(A) 90.
(B) 80.
(C) 96.
(D) 84.
(E) 72.

02. (PRODAM/AM – Assistente – FUNCAB/ 2014) Um pintor gastou duas horas para pintar um quadrado com 1,5 m de lado. Quanto tempo ele gastaria, se o mesmo quadrado tivesse 3 m de lado?
(A) 4 h
(B) 5 h
(C) 6 h
(D) 8 h
(E) 10 h

03 . (Polícia Militar/SP – Aluno – Oficial – VUNESP/2014) A tabela, com dados relativos à cidade de São Paulo, compara o número de veículos da frota, o número de radares e o valor total, em reais, arrecadado com multas de trânsito, relativos aos anos de 2004 e 2013:

Ano	Frota	Radares	Arrecadação
2004	5,8 milhões	260	328 milhões
2013	7,5 milhões	601	850 milhões

(Veja São Paulo, 16.04.2014)

Se o número de radares e o valor da arrecadação tivessem crescido de forma diretamente proporcional ao crescimento da frota de veículos no período considerado, então em 2013 a quantidade de radares e o valor aproximado da arrecadação, em milhões de reais (desconsiderando-se correções monetárias), seriam, respectivamente,
(A) 336 e 424.
(B) 336 e 426.
(C) 334 e 428.
(D) 334 e 430.
(E) 330 e 432.

04. (Instituto de Pesquisas Tecnológicas – Secretária – VUNESP/2014) Um centro de imprensa foi decorado com bandeiras de países participantes da Copa do Mundo de 2014. Sabe-se que as medidas de comprimento e largura da bandeira brasileira são diretamente proporcionais a 10 e 7, enquanto que as respectivas medidas, na bandeira alemã, são diretamente proporcionais a 5 e 3. Se todas as bandeiras foram confeccionadas com 1,5 m de comprimento, então a diferença, em centímetros, entre as medidas da largura das bandeiras brasileira e alemã, nessa ordem, é igual a
(A) 9.
(B) 10.
(C) 12.
(D) 14.
(E) 15.

05. (PC/SP – OFICIAL ADMINISTRATIVO – VUNESP/2014) Foram construídos dois reservatórios de água. A razão entre os volumes internos do primeiro e do segundo é de 2 para 5, e a soma desses volumes é $14m^3$. Assim, o valor absoluto da diferença entre as capacidades desses dois reservatórios, em litros, é igual a

(A) 8000.
(B) 6000.
(C) 4000.
(D) 6500.
(E) 9000.

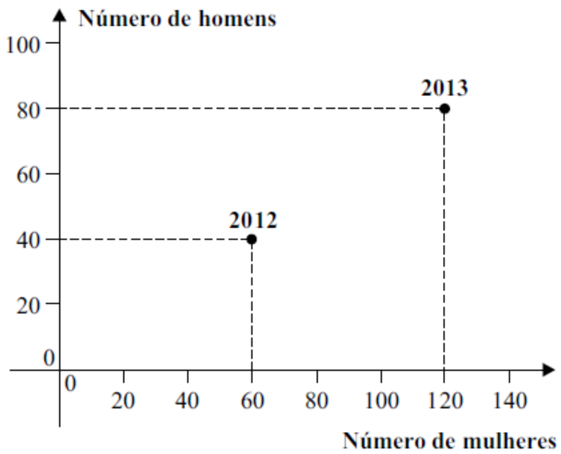
06. (Instituto de Pesquisas Tecnológicas – Secretária – VUNESP/2014) Moradores de certo município foram ouvidos sobre um projeto para implantar faixas exclusivas para ônibus em uma avenida de tráfego intenso. A tabela, na qual alguns números foram substituídos por letras, mostra os resultados obtidos nesse levantamento.

	Favoráveis	Contrários	Total
Mulheres	300	p	q
Homens	r	600	720
Total	420	s	T

Se a razão entre o número de mulheres e o número de homens, ambos contrários à implantação da faixa exclusiva para ônibus é de 3/10, então o número total de pessoas ouvidas nesse levantamento, indicado por T na tabela, é

(A) 1 140.
(B) 1 200.
(C) 1 280.
(D) 1 300.
(E) 1 320.

07. (PRODEST/ES – Assistente de Tecnologia da Informação – VUNESP/2014) O gráfico apresenta informações sobre a relação entre o número de mulheres e o número de homens atendidos em uma instituição, nos anos de 2012 e 2013.



Mantendo-se a mesma relação de atendimentos observada em 2012 e 2013, essa instituição pretende atender, em 2014, 110 homens. Dessa forma, o número total de pessoas que essa instituição pretende atender em 2014 e o número médio anual de atendimentos a mulheres que se pretende atingir, considerando-se os anos de 2012, 2013 e 2014, são, respectivamente,

(A) 160 e 113,3.
(B) 160 e 170.
(C) 180 e 120.
(D) 275 e 115.
(E) 275 e 172,2.

08. (Câmara Municipal de Sorocaba/SP – Telefonista – VUNESP/2014) O copeiro prepara suco de açaí com banana na seguinte proporção: para cada 500 g de açaí, ele gasta 2 litros de leite e 10 bananas. Na sua casa, mantendo a mesma proporção, com apenas 25 g de açaí, ele deve colocar leite e banana nas seguintes quantidades, respectivamente,

(A) 80 ml e 1
(B) 100 ml e 1 / 2
(C) 120 ml e 1 / 2
(D) 150 ml e 1 / 4
(E) 200 ml e 1

09. (METRÔ – Assistente Administrativo Júnior – FCC/2014) Uma engrenagem circular P, de 20 dentes, está acoplada a uma engrenagem circular Q, de 18 dentes, formando um sistema de transmissão de movimento. Se a engrenagem P gira 1 / 5 de volta em sentido anti-horário, então a engrenagem Q irá girar

(A) 2 / 9 de volta em sentido horário.
(B) 9 / 50 de volta em sentido horário.
(C) 6 / 25 de volta em sentido horário.
(D) 1 / 4 de volta em sentido anti-horário.
(E) 6 / 25 de volta em sentido anti-horário.

10. (SEGPLAN-GO - Auxiliar de Autópsia - FUNIVERSA/2015) A geladeira, para conservação de cadáveres, do necrotério de determinada cidade possui 12 gavetas de mesma medida. Para a limpeza de 7 dessas gavetas, o auxiliar de autópsia gasta 3,5 kg de sabão. Então, para a limpeza das 12 gavetas, ele gastará

(A) 5 kg de sabão.
(B) 6 kg de sabão.
(C) 7 kg de sabão.
(D) 8 kg de sabão.
(E) 9 kg de sabão.

Respostas

01. Resposta: B.

$$\frac{16}{\frac{1}{60}} = \frac{12}{\frac{1}{X}}$$

$16 \cdot 60 = 12 \cdot X$

X=80

02. Resposta: D.

Como a medida do lado dobrou (1,5 . 2 = 3), o tempo também vai dobrar (2 . 2 = 4), mas, como se trata de área, o valor vai dobrar de novo (2 . 4 = 8h).

03. Resposta: A.

Chamando os radares de 2013 de (x), temos que:

$$\frac{5,8}{7,5} = \frac{260}{x}$$

5,8 . x = 7,5 . 260

x = 1950 / 5,8

x = 336,2 (aproximado)

Por fim, vamos calcular a arrecadação em 2013:

$$\frac{5,8}{7,5} = \frac{328}{x}$$

5,8 . x = 7,5 . 328

x = 2460 / 5,8

x = 424,1 (aproximado)

04. Resposta: E.
1,5 m = 150 cm
* Bandeira Brasileira: $\frac{C}{L} = \frac{10}{7}$, ou seja, 10.L = 7.C
10.L = 7 . 150
L = 1050 / 10
L = 105 cm
* Bandeira Alemã: $\frac{C'}{L'} = \frac{5}{3}$, ou seja, 5.L' = 3.C'
5.L' = 3 . 150
L' = 450 / 5
L' = 90 cm
Então a diferença é: 105 – 90 = 15 cm

05. Resposta: B.
Primeiro:2k
Segundo:5k
2k+5k=14
7k=14
K=2
Primeiro=2.2=4
Segundo=5.2=10
Diferença=10-4=6m³
1m³------1000L
6--------x
X=6000 l

06. Resposta: B.

$$\frac{p}{600} = \frac{3}{10}$$

10.p = 3 . 600
p = 1800 / 10
p = 180 mulheres
* Total de Mulheres: q = 300 + 180 = 480
* Total Geral: T = 480 + 720 = 1200 pessoas

07. Resposta: D.
Primeiramente, vamos calcular a razão entre mulheres e homens (observe que os dados do gráfico se mantém na mesma proporção, logo são diretamente proporcionais):

$$\frac{m}{h} = \frac{60}{40}$$

* Número total em 2014: (h = 110)

$$\frac{m}{110} = \frac{60}{40}$$

40.m = 60 . 110
m = 6600 / 40
m = 165 mulheres (em 2014)
Assim, 110 + 165 = 275 pessoas (em 2014).
* Número médio anual de mulheres:

$$M = \frac{60 + 120 + 165}{3} = \frac{345}{3} = 115\ mulheres$$

08. Resposta: B.
Sabendo que se mantém a proporção, temos grandezas diretamente proporcionais. Vamos utilizar a Regra de Três Simples Direta duas vezes:
* Açaí e leite:
açaí leite
500 --------- 2000
25 ------------ x

$$\frac{500}{25} = \frac{2000}{x}$$

$$500.x = 25 . 2000$$

$$x = \frac{50000}{500}$$

$$x = 100\ mL\ de\ leite$$

* Açaí e banana:
açaí banana
500 --------- 10
25 ---------- y

$$\frac{500}{25} = \frac{10}{y}$$

$$500.y = 25 . 10$$

$$x = \frac{250}{500}$$

$$x = \frac{1}{2}\ banana$$

09. Resposta: A.
Observe que as grandezas são inversamente proporcionais (pois quanto mais dentes, menos voltas serão dadas). Vamos utilizar a Regra de Três Simples para resolução:
Dentes Volta
20 ----------- 1 / 5
18 ----------- x
Invertendo uma das Grandezas, teremos:
18 . x = 1/5 . 20
x = 4 / 18 (: 2/2)
x = 2 / 9
Será no sentido horário porque a outra engrenagem está no sentido anti-horário.

10. Resposta: B.
Observa-se que se aumentarmos o número de gavetas iremos gastar mais sabão, logo as grandezas são diretamente proporcionais.
Gavetas Sabão(kg)
12 x
7 3,5

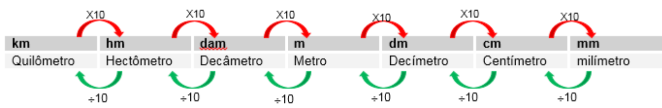
$$\frac{12}{7} = \frac{x}{3,5} \rightarrow 7x = 12.3,5 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6\ kg$$

Logo, será gasto 6kg de sabão para limpeza de 12 gavetas.

11. Sistemas de medidas usuais.

➔ Sistema de Medidas Decimais

Um sistema de medidas é um conjunto de unidades de medida que mantém algumas relações entre si. O sistema métrico decimal é hoje o mais conhecido e usado no mundo todo. Na tabela seguinte, listamos as unidades de medida de comprimento do sistema métrico. A unidade fundamental é o **metro**, porque dele derivam as demais.



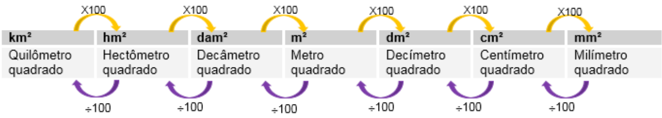
Há, de fato, unidades quase sem uso prático, mas elas têm uma função. Servem para que o sistema tenha um padrão: cada unidade vale sempre 10 vezes a unidade menor seguinte.
Por isso, o sistema é chamado decimal.

E há mais um detalhe: embora o decímetro não seja útil na prática, o decímetro cúbico é muito usado com o nome popular de litro.
As unidades de área do sistema métrico correspondem às unidades de comprimento da tabela anterior.
São elas: quilômetro quadrado (km²), hectômetro quadrado (hm²), etc. As mais usadas, na prática, são o quilômetro quadrado, o metro quadrado e o hectômetro quadrado, este muito importante nas atividades rurais com o nome de hectare (há): 1 hm² = 1 há.

No caso das unidades de área, o padrão muda: uma unidade é 100 vezes a menor seguinte e não 10 vezes, como nos comprimentos. Entretanto, consideramos que o sistema continua decimal, porque 100 = 10^2.

Existem outras unidades de medida mas que não pertencem ao sistema métrico decimal. Vejamos as relações entre algumas essas unidades e as do sistema métrico decimal (valores aproximados):

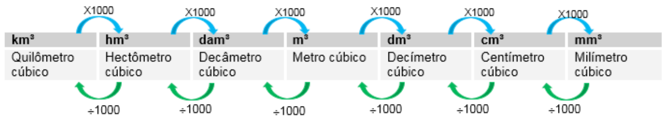
1 polegada = 25 milímetros
1 milha = 1 609 metros
1 légua = 5 555 metros
1 pé = 30 centímetros



A nomenclatura é a mesma das unidades de comprimento acrescidas de quadrado.

Agora, vejamos as unidades de volume. De novo, temos a lista: quilômetro cúbico (km^3), hectômetro cúbico (hm^3), etc. Na prática, são muitos usados o metro cúbico(m^3) e o centímetro cúbico(cm^3).

Nas unidades de volume, há um novo padrão: cada unidade vale 1000 vezes a unidade menor seguinte. Como 1000 = 10^3, o sistema continua sendo decimal.



A noção de capacidade relaciona-se com a de volume. Se o volume da água que enche um tanque é de 7.000 litros, dizemos que essa é a capacidade do tanque. A unidade fundamental para medir capacidade é o litro (l); 1l equivale a 1 dm^3.

Cada unidade vale 10 vezes a unidade menor seguinte.

O sistema métrico decimal inclui ainda unidades de medidas de massa. A unidade fundamental é o grama(g).

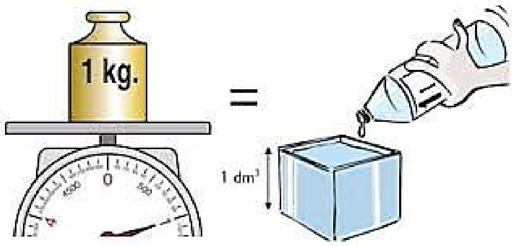
Unidades de Massa e suas Transformações

Nomenclatura:
Kg – Quilograma
hg – hectograma
dag – decagrama
g – grama
dg – decigrama
cg – centigrama
mg – miligrama

Dessas unidades, só têm uso prático o quilograma, o grama e o miligrama. No dia-a-dia, usa-se ainda a tonelada (t).

Medidas Especiais:
1 Tonelada(t) = 1000 Kg
1 Arroba = 15 Kg
1 Quilate = 0,2 g

Relações entre unidades:



Temos que:
1 kg = 1l = 1 dm^3
1 hm^2 = 1 ha = 10.000m^2
1 m^3 = 1000 l

➔ Não Decimais

Medidas de Tempo (Hora) e suas Transformações

Desse grupo, o sistema hora – minuto – segundo, que mede intervalos de tempo, é o mais conhecido. A unidade utilizada como padrão no Sistema Internacional (SI) é o segundo.

1h ➔ 60 minutos ➔ 3 600 segundos

Para passar de uma unidade para a menor seguinte, multiplica-se por 60.

Exemplo:

0,3h não indica 30 minutos nem 3 minutos, quantos minutos indica 0,3 horas?

1 hora	60 minutos
0,3	x

Efetuando temos: 0,3 . 60 = 1. x ➔ x = 18 minutos. Concluímos que 0,3horas = 18 minutos.

- Adição e Subtração de Medida de tempo

Ao adicionarmos ou subtrairmos medidas de tempo, precisamos estar atentos as unidades. Vejamos os exemplos:

A) 1 h 50 min + 30 min

Hora	minutos
1	50
+	30
1	80

Observe que ao somar 50+30, obtemos 80 minutos, como sabemos que 1 hora tem 60 minutos, temos, então acrescentamos a hora +1, e subtraímos 80 – 60 = 20 minutos, é o que resta nos minutos:

Hora	Minutos
1	50
+	30
1	80
+1	-60
2	20

Logo o valor encontrado é de **2 h 20 min.**

B) 2 h 20 min – 1 h 30 min

Hora	Minutos
2	20
-1	30

Observe que não podemos subtrair 20 min de 30 min, então devemos passar uma hora (+1) dos 2 para a coluna minutos.

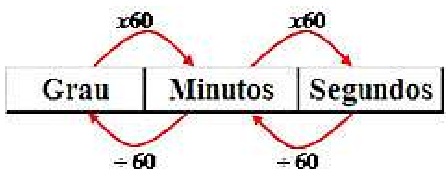
Hora	Minutos
-1	+60
2	20
-1	30

Então teremos novos valores para fazermos nossa subtração, 20+60 = 80:

Hora	Minutos
1	80
-1	30
0	50

Logo o valor encontrado é de **50 min.**

Medidas de Ângulos e suas Transformações



Para medir ângulos, também temos um sistema não decimal. Nesse caso, a unidade básica é o grau. Na astronomia, na cartografia e na navegação são necessárias medidas inferiores a 1º. Temos, então:

1 grau equivale a 60 minutos (1º = 60')
1 minuto equivale a 60 segundos (1' = 60")

Os minutos e os segundos dos ângulos não são, é claro, os mesmos do sistema de tempo – hora, minuto e segundo. Há uma coincidência de nomes, mas até os símbolos que os indicam são diferentes:

1h 32min 24s é um intervalo de tempo ou um instante do dia.
1º 32' 24" é a medida de um ângulo.

Por motivos óbvios, cálculos no sistema hora – minuto – segundo são similares a cálculos no sistema grau – minuto – segundo, embora esses sistemas correspondam a grandezas distintas.

Questões

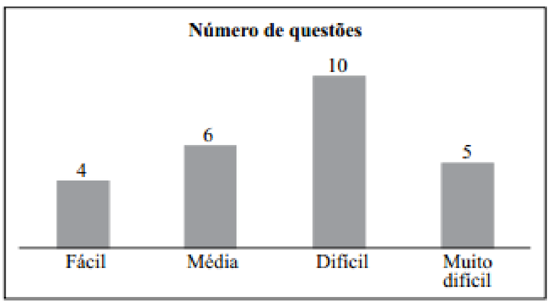
01. (MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP/2014) O suco existente em uma jarra preenchia $\frac{3}{4}$ da sua capacidade total. Após o consumo de 495 mL, a quantidade de suco restante na jarra passou a preencher $\frac{1}{5}$ da sua capacidade total. Em seguida, foi adicionada certa quantidade de suco na jarra, que ficou completamente cheia. Nessas condições, é correto afirmar que a quantidade de suco adicionada foi igual, em mililitros, a
(A) 580.
(B) 720.
(C) 900.
(D) 660.
(E) 840.

02. (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP/2014) Joana levou 3 horas e 53 minutos para resolver uma prova de concurso, já Ana levou 2 horas e 25 minutos para resolver a mesma prova. Comparando o tempo das duas candidatas, qual foi a diferença encontrada?
(A) 67 minutos.
(B) 75 minutos.
(C) 88 minutos.
(D) 91 minutos.
(E) 94 minutos.

03. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP/2014) A tabela a seguir mostra o tempo, aproximado, que um professor leva para elaborar cada questão de matemática.

Questão (dificuldade)	Tempo (minutos)
Fácil	8
Média	10
Difícil	15
Muito difícil	20

O gráfico a seguir mostra o número de questões de matemática que ele elaborou.



O tempo, aproximado, gasto na elaboração dessas questões foi
(A) 4h e 48min.
(B) 5h e 12min.
(C) 5h e 28min.
(D) 5h e 42min.
(E) 6h e 08min.

04. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO/2014) Para obter um bom acabamento, um pintor precisa dar duas demãos de tinta em cada parede que pinta. Sr. Luís utiliza uma tinta de secagem rápida, que permite que a segunda demão seja aplicada 50 minutos após a primeira. Ao terminar a aplicação da primeira demão nas paredes de uma sala, Sr. Luís pensou: "a segunda demão poderá ser aplicada a partir das 15h 40min."

Se a aplicação da primeira demão demorou 2 horas e 15 minutos, que horas eram quando Sr. Luís iniciou o serviço?

(A) 12h 25 min
(B) 12h 35 min
(C) 12h 45 min
(D) 13h 15 min
(E) 13h 25 min

05. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Em uma casa há um filtro de barro que contém, no início da manhã, 4 litros de água. Desse filtro foram retirados 800 mL para o preparo da comida e meio litro para consumo próprio. No início da tarde, foram colocados 700 mL de água dentro desse filtro e, até o final do dia, mais 1,2 litros foram utilizados para consumo próprio. Em relação à quantidade de água que havia no filtro no início da manhã, pode-se concluir que a água que restou dentro dele, no final do dia, corresponde a uma porcentagem de

(A) 60%.
(B) 55%.
(C) 50%.
(D) 45%.
(E) 40%.

06. (UFPE – Assistente em Administração – COVEST/2014) Admita que cada pessoa use, semanalmente, 4 bolsas plásticas para embrulhar suas compras, e que cada bolsa é composta de 3 g de plástico. Em um país com 200 milhões de pessoas, quanto plástico será utilizado pela população em um ano, para embrulhar suas compras? Dado: admita que o ano é formado por 52 semanas. Indique o valor mais próximo do obtido.

(A) 10^8 toneladas
(B) 10^7 toneladas
(C) 10^6 toneladas
(D) 10^5 toneladas
(E) 10^4 toneladas

07. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Uma chapa de alumínio com 1,3 m^2 de área será totalmente recortada em pedaços, cada um deles com 25 cm^2 de área. Supondo que não ocorra nenhuma perda durante os cortes, o número de pedaços obtidos com 25 cm^2 de área cada um, será:

(A) 52000.
(B) 5200.
(C) 520.
(D) 52.
(E) 5,2.

08. (CLIN/RJ - Gari e Operador de Roçadeira - COSEAC/2015) Uma peça de um determinado tecido tem 30 metros, e para se confeccionar uma camisa desse tecido são necessários 15 decímetros. Com duas peças desse tecido é possível serem confeccionadas:

(A) 10 camisas
(B) 20 camisas
(C) 40 camisas
(D) 80 camisas

09. (CLIN/RJ - Gari e Operador de Roçadeira - COSEAC/2015) Um veículo tem capacidade para transportar duas toneladas de carga. Se a carga a ser transportada é de caixas que pesam 4 quilogramas cada uma, o veículo tem capacidade de transportar no máximo:

(A) 50 caixas
(B) 100 caixas
(C) 500 caixas
(D) 1000 caixas

10. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP/2014) Um trecho de uma estrada com 5,6 km de comprimento está sendo reparado. A empresa A, responsável pelo serviço, já concluiu do total a ser reparado e, por motivos técnicos, do trecho que ainda faltam reparar serão feitos por uma empresa B. O número total de metros que a empresa A ainda terá que reparar é

(A) 1920.
(B) 1980.
(C) 2070.
(D) 2150.
(E) 2230.

Respostas

01. Resposta: B.

Vamos chamar de x a capacidade total da jarra. Assim:

$$\frac{3}{4}.x - 495 = \frac{1}{5}.x$$

$$\frac{3}{4}.x - \frac{1}{5}.x = 495$$

$$\frac{5.3.x - 4.x = 20.495}{20}$$

15x – 4x = 9900
11x = 9900
x = 9900 / 11
x = 900 mL (capacidade total)

Como havia 1/5 do total (1/5 . 900 = 180 mL), a quantidade adicionada foi de 900 – 180 = 720 mL

02. Resposta: C.

3h 53min
-2h 25min
1h 28min

Como 1h tem 60 minutos.
Então a diferença entre as duas é de 60+28=88 minutos.

03. Resposta: D.

T = 8 . 4 + 10 . 6 + 15 . 10 + 20 . 5 =
= 32 + 60 + 150 + 100 = 342 min
Fazendo: 342 / 60 = 5 h, com 42 min (resto)

04. Resposta: B.

15 h 40 – 2 h 15 – 50 min = 12 h 35min

05. Resposta: B.

4 litros = 4000 ml; 1,2 litros = 1200 ml; meio litro = 500 ml
4000 – 800 – 500 + 700 – 1200 = 2200 ml (final do dia)
Utilizaremos uma regra de três simples:
ml %
4000 ------- 100
2200 ------- x
4000.x = 2200 . 100 x = 220000 / 4000 = 55%

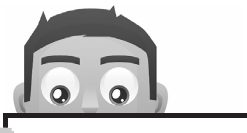
06. Resposta: D.
4 . 3 . 200000000 . 52 = 1,248 . g = 1,248 . t

07. Resposta: C.
1,3 m² = 13000 cm² (.1000)
13000 / 25 = 520 pedaços

08. Resposta: C.
Como eu quero 2 peças desse tecido e 1 peça possui 30 metros logo:
30 . 2 = 60 m. Temos que trabalhar com todas na mesma unidade: 1 m é 10dm assim temos 60m . 10 = 600 dm, como cada camisa gasta um total de 15 dm, temos então:
600/15 = 40 camisas.

09. Resposta: C.
Uma tonelada(ton) é 1000 kg, logo 2 ton. 1000kg= 2000 kg
Cada caixa pesa 4kg ➔ 2000 kg/ 4kg = 500 caixas.

10. Resposta: A.
Primeiramente, vamos transformar Km em metros: 5,6 Km = 5600 m (.1000)
Faltam $\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ do total, ou seja, $\frac{4}{7}\ de\ 5600 = \frac{4.5600}{7} = 3200m$
A empresa B vai reparar $\frac{2}{5}\ de\ 3200 = \frac{2.3200}{5} = 1280m$
Então, a empresa A vai reparar 3200 – 1280 = 1920m



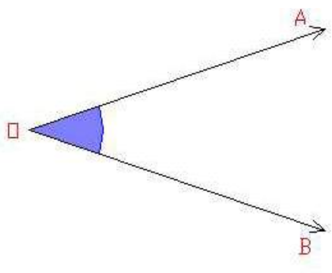
12. Geometria: forma, perímetro, área, volume, ângulo, teorema de Pitágoras.

➔ **ÂNGULOS**

Ângulo: É uma região limitada por duas semirretas de mesma origem.

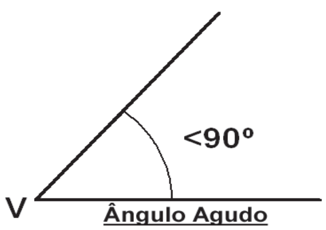
Elementos de um ângulo:

- LADOS: são as duas semirretas e .
-VÉRTICE: é o ponto de intersecção das duas semirretas, no exemplo o ponto O.

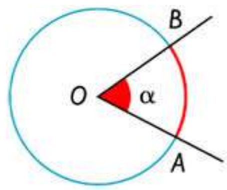


Notação: AÔB
Lê-se ângulo AOB

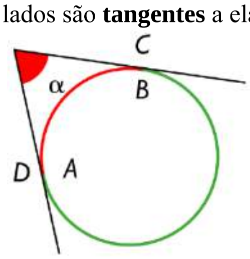
Ângulo Agudo: É o ângulo, cuja medida é **menor** do que 90º.



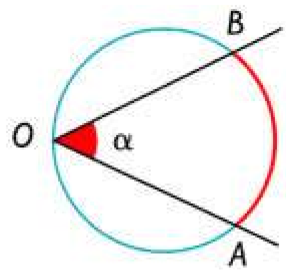
Ângulo Central:
- Da circunferência: é o ângulo cujo **vértice é o centro** da circunferência;
- Do polígono: é o ângulo, cujo **vértice é o centro do polígono regular** e cujos lados passam por **vértices consecutivos** do polígono.



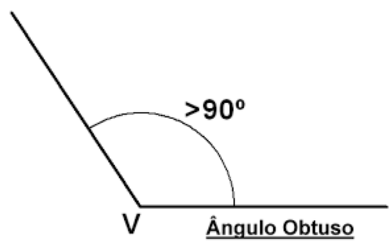
Ângulo Circunscrito: É o ângulo, cujo vértice **não pertence à circunferência** e os lados são **tangentes** a ela.



Ângulo Inscrito: É o ângulo cujo **vértice pertence a uma circunferência**.

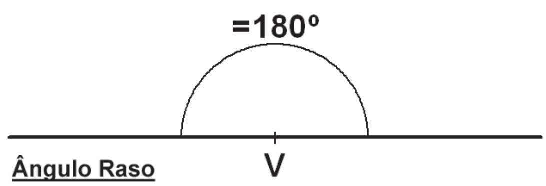


Ângulo Obtuso: É o ângulo cuja medida é **maior** do que 90º.



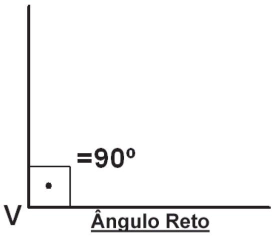
Ângulo Raso:

- É o ângulo cuja medida é 180º;
- É aquele, cujos lados são semirretas opostas.

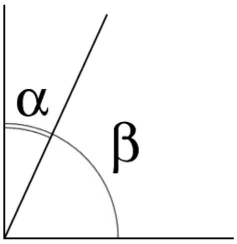


Ângulo Reto:

- É o ângulo cuja medida é 90º;
- É aquele cujos lados se apoiam em retas perpendiculares.

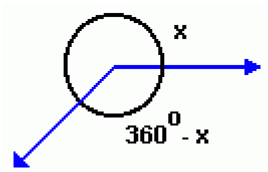


Ângulos Complementares: Dois ângulos são complementares se a soma das suas medidas é 90^0.

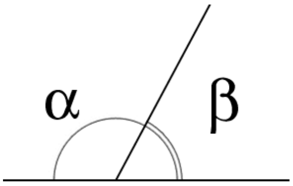


$\alpha+\beta = 90°$

Ângulos Replementares: Dois ângulos são ditos replementares se a soma das suas medidas é 360^0.



Ângulos Suplementares: Dois ângulos são ditos suplementares se a soma das suas medidas de dois ângulos é 180º.

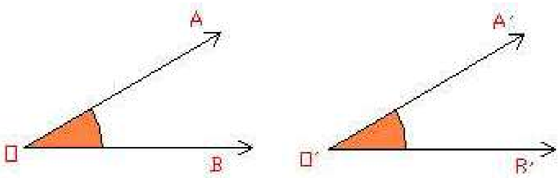


$\alpha+\beta = 180°$

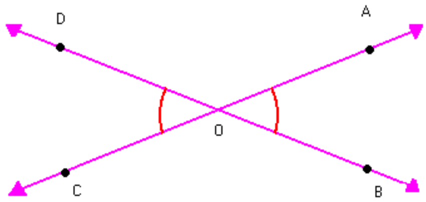
Então, se **x** e **y** são dois ângulos, temos:

- se x + y = 90° ➔ x e y são Complementares.
- se x + y = 180° ➔ x e y são Suplementares.
- se x + y = 360° ➔ x e y são Replementares.

Ângulos Congruentes: São ângulos que possuem a mesma medida.

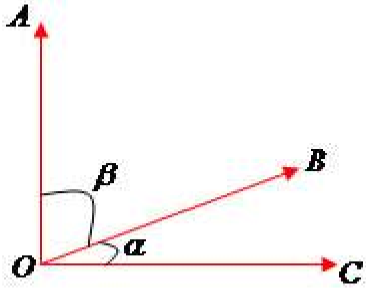


Ângulos Opostos pelo Vértice: Dois ângulos são opostos pelo vértice se os lados de um são as respectivas semirretas opostas aos lados do outro.



Ângulos consecutivos: são ângulos que tem um lado em comum.

Ângulos adjacentes: são ângulos consecutivos que não tem ponto interno em comum.



- Os ângulos AB e BC, AB e AC, BC e AC são pares de ângulos consecutivos.
- Os ângulos AB e BC são ângulos adjacentes.

Unidades de medida de ângulos:

Grado: (gr.): dividindo a circunferência em 400 partes iguais, a cada arco unitário que corresponde a 1/400 da circunferência denominamos de grado.

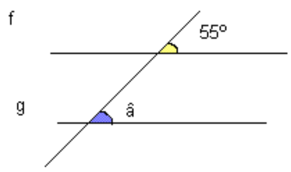
Grau: (º): dividindo a circunferência em 360 partes iguais, cada arco unitário que corresponde a 1/360 da circunferência denominamos de grau.

- o grau tem dois submúltiplos: minuto e segundo. E temos que 1° = 60' (1 grau equivale a 60 minutos) e 1' = 60" (1 minuto equivale a 60 segundos).

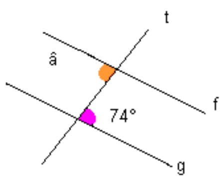
Questões

01. As retas f e g são paralelas (f // g). Determine a medida do ângulo â, nos seguintes casos:

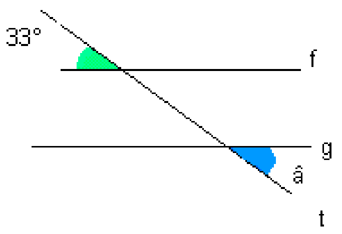
a)



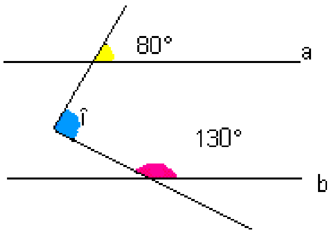
b)



c)

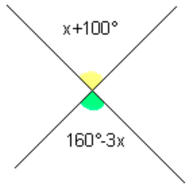


02. As retas a e b são paralelas. Quanto mede o ângulo î?

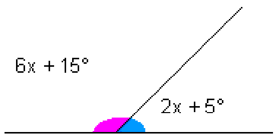


03. Obtenha as medidas dos ângulos assinalados:

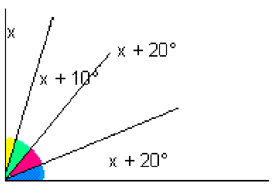
a)



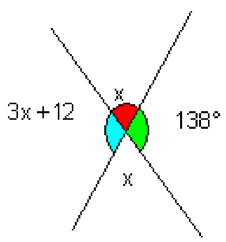
b)



c)



d)



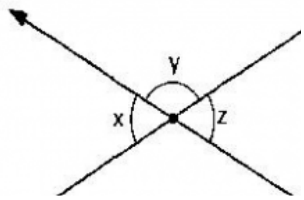
04. Quantos segundos tem um ângulo que mede 6° 15'?

05. A medida de um ângulo é igual à metade da medida do seu suplemento. Qual é a medida desse ângulo?

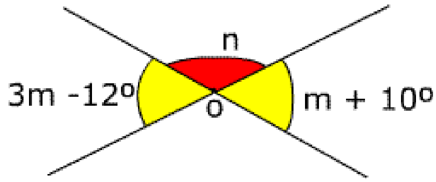
06. O complemento de um ângulo é igual a um quarto do seu suplemento. Qual é o complemento desse ângulo?

07. Dois ângulos que medem x e x + 20° são adjacentes e complementares. Qual a medida desses dois ângulos?

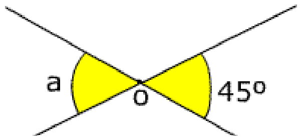
08. Na figura, o ângulo x mede a sexta parte do ângulo y, mais a metade do ângulo z. Calcule y.



09. Observe a figura abaixo e determine o valor de m e n.



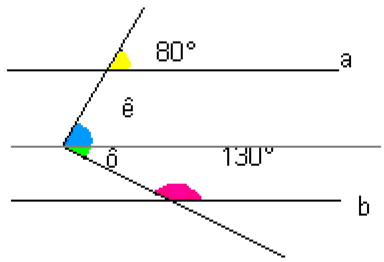
10. Determine o valor de a na figura seguinte:



Respostas

01. Respostas:
a) 55°
b) 74°
c) 33°

02. Resposta: 130.
Imagine uma linha cortando o ângulo **î**, formando uma linha paralela às retas "a" e "b".
Fica então decomposto nos ângulos **ê** e **ô.**



Sendo assim, **ê = 80°** e **ô = 50°**, pois o ângulo **ô** é igual ao complemento de 130° na reta b.
Logo, î = 80° + 50° = 130°.

03. Respostas:
a) 160° - 3x = x + 100°
160° - 100° = x + 3x
60° = 4x
x = 60°/4
x = 15°
Então 15°+100° = 115° e 160°-3*15° = 115°

b) 6x + 15° + 2x + 5º = 180°
6x + 2x = 180° -15° - 5°
8x = 160°
x = 160°/8
x = 20°
Então, 6*20°+15° = **135°** e 2*20°+5° = **45°**

c) Sabemos que a figura tem 90°.
Então $x + (x + 10°) + (x + 20°) + (x + 20°) = 90°$
$4x + 50° = 90°$
$4x = 40°$
$x = 40°/4$
$x = 10°$

d) Sabemos que os ângulos laranja + verde formam 180°, pois são exatamente a metade de um círculo.
Então, $138° + x = 180°$
$x = 180° - 138°$
$x = 42°$
Logo, o ângulo x mede 42°.

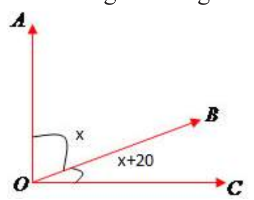
04. Resposta: 22.500
Sabemos que 1° = 60' e 1' = 60", temos:
6°.60 = 360' (multiplicamos os graus por 60 para converter em minutos).
360' + 15' = 375' (somamos os minutos)
375'.60 = 22.500" (multiplicamos os minutos por 60 para converter em segundos).
Portanto 6° 15' equivale a 22.500".

05. Resposta: 60°.
- sendo **x** o ângulo, o seu suplemento é 180° - x, então pelo enunciado temos a seguinte equação:
$x = \frac{180°-x}{2}$ (multiplicando em "cruz")

$2x = 180° - x$
$2x + x = 180°$
$3x = 180°$
$x = 180° : 3 = 60°$

06. Resposta:30°.
- sendo **x** o ângulo, o seu complemento será 90° – x e o seu suplemento é 180° – x. Então, temos:
$90° - x = x = \frac{180°-x}{2}$ (o 4 passa multiplicando o primeiro membro da equação)
$4.(90° - x) = 180° - x$ (aplicando a distributiva)
$360° - 4x = 180° - x$
$360° - 180° = - x + 4x$
$180° = 3x$
$x = 180° : 3 = 60°$
- o ângulo x mede 60º, o seu complemento é 90° - 60° = 30°

07. Resposta: 35° e 55°".
- do enunciado temos a seguintes figura:



Então:
$x + x + 20° = 90°$
$2x = 90° - 20°$
$2x = 70° \rightarrow x = 70° : 2 = 35°$
- os ângulos são: 35° e 35° + 20° = 55°

08. Resposta: 135°.
Na figura, o ângulo x mede a sexta parte do ângulo y, **mais a metade do ângulo z. Calcule y.**
Então vale lembrar que:
$x + y = 180$ então $y = 180 – x$.

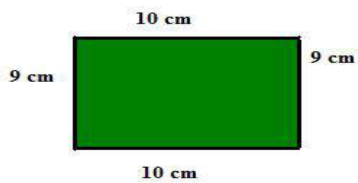
E também como x e z são opostos pelo vértice, $x = z$
E de acordo com a figura: o ângulo x mede a sexta parte do ângulo y, **mais a metade do ângulo z. Calcule y.**
$x = y / 6 + z / 2$
Agora vamos substituir lembrando que $y = 180 - x$ e $x = z$
Então:
$x = 180° - x/6 + x/2$ agora resolvendo fatoração:
$6x = 180°- x + 3x \mid 6x = 180° + 2x$
$6x – 2x = 180°$
$4x = 180°$
$x=180°/4$
$x=45°$
Agora achar y, sabendo que $y = 180° - x$
$y=180° - 45°$
$y=135°$.

09. Resposta: 11º; 159º.
3m - 12º e m + 10º, são ângulos opostos pelo vértice logo são iguais.
$3m - 12° = m + 10°$
$3m - m = 10° + 12°$
$2m = 22°$
$m = 22°/2$
$m = 11°$
m + 10º e n são ângulos suplementares logo a soma entre eles é igual a 180º.
$(m + 10°) + n = 180°$
$(11° + 10°) + n = 180°$
$21° + n = 180°$
$n = 180° - 21°$
$n = 159°$

10. Resposta:45°.
É um ângulo oposto pelo vértice, logo, são ângulos iguais.

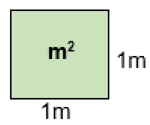
PERÍMETRO E ÁREA DAS FIGURAS PLANAS

Perímetro: é a soma de todos os lados de uma figura plana.
Exemplo:



Perímetro = 10 + 10 + 9 + 9 = 38 cm

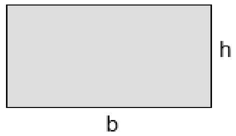
Área é a medida da superfície de uma figura plana.
A unidade básica de área é o **m²** (metro quadrado), isto é, uma superfície correspondente a um quadrado que tem 1 m de lado.



Fórmulas de área das principais figuras planas:

1) **Retângulo**

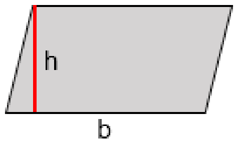
- sendo **b** a base e h a altura:



$A = b.h$

2. **Paralelogramo**

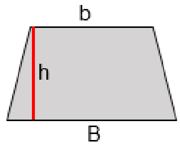
- sendo **b** a base e **h** a altura:



$A = b.h$

3. **Trapézio**

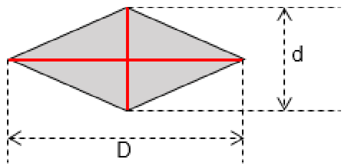
- sendo **B** a base maior, **b** a base menor e **h** a altura:



$A = \frac{(B+b).h}{2}$

4. **Losango**

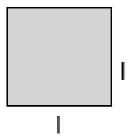
- sendo **D** a diagonal maior e **d** a diagonal menor:



$A = \frac{D.d}{2}$

5. **Quadrado**

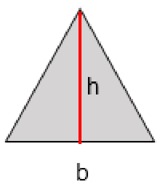
- sendo l o lado:



$A = l^2$

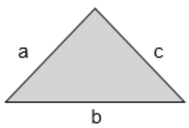
6. **Triângulo**: essa figura tem 6 fórmulas de área, dependendo dos dados do problema a ser resolvido.

I) sendo dados a base **b** e a altura **h**:



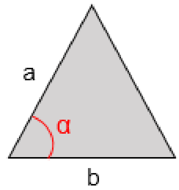
$A = \frac{b.h}{2}$

II) sendo dados as medidas dos três lados **a**, **b** e **c**:



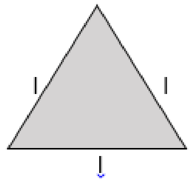
$A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$, onde p é o semiperímetro, isto é, $p = \frac{a+b+c}{2}$

III) sendo dados as medidas de dois lados e o ângulo formado entre eles:



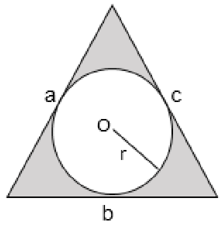
$A = \frac{a.b.\text{sen}\alpha}{2}$

IV) triângulo equilátero (tem os três lados iguais):



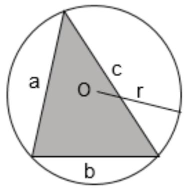
$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

V) circunferência inscrita:



$A = p.r$

VI) circunferência circunscrita:



$A = \frac{a.b.c}{4r}$

Questões

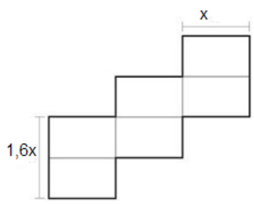
01. A área de um quadrado cuja diagonal mede $2\sqrt{7}$ cm é, em cm^2, igual a:

(A) 12
(B) 13
(C) 14
(D) 15
(E) 16

02. (BDMG - Analista de Desenvolvimento – FUMARC/2011) Corta-se um arame de 30 metros em duas partes. Com cada uma das partes constrói-se um quadrado. Se S é a soma das áreas dos dois quadrados, assim construídos, então o menor valor possível para S é obtido quando:

(A) o arame é cortado em duas partes iguais.
(B) uma parte é o dobro da outra.
(C) uma parte é o triplo da outra.
(D) uma parte mede 16 metros de comprimento.

03. (TJM-SP - Oficial de Justiça – VUNESP/2011) Um grande terreno foi dividido em 6 lotes retangulares congruentes, conforme mostra a figura, cujas dimensões indicadas estão em metros.



Sabendo-se que o perímetro do terreno original, delineado em negrito na figura, mede x + 285, conclui-se que a área total desse terreno é, em m2, igual a:

(A) 2 400.
(B) 2 600.
(C) 2 800.
(D) 3000.
(E) 3 200.

04. (TRT/4ª REGIÃO - Analista Judiciário - Área Judiciária – FCC/2011) Ultimamente tem havido muito interesse no aproveitamento da energia solar para suprir outras fontes de energia. Isso fez com que, após uma reforma, parte do teto de um salão de uma empresa fosse substituída por uma superfície retangular totalmente revestida por células solares, todas feitas de um mesmo material. Considere que:

- células solares podem converter a energia solar em energia elétrica e que para cada centímetro quadrado de célula solar que recebe diretamente a luz do sol é gerada 0,01 watt de potência elétrica;

- a superfície revestida pelas células solares tem 3,5m de largura por 8,4m de comprimento.

Assim sendo, se a luz do sol incidir diretamente sobre tais células, a potência elétrica que elas serão capazes de gerar em conjunto, em watts, é:

(A) 294000.
(B) 38200.
(C) 29400.
(D) 3820.
(E) 2940.

05. (CPTM - Médico do trabalho – MAKIYAMA/2011) Um terreno retangular de perímetro 200m está à venda em uma imobiliária. Sabe-se que sua largura tem 28m a menos que o seu comprimento. Se o metro quadrado cobrado nesta região é de R$ 50,00, qual será o valor pago por este terreno?

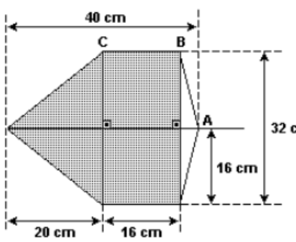
(A) R$ 10.000,00.
(B) R$ 100.000,00.
(C) R$ 125.000,00.
(D) R$ 115.200,00.
(E) R$ 100.500,00.

06. Uma pessoa comprou 30 m^2 de piso para colocar em uma sala retangular de 4 m de largura, porém, ao medir novamente a sala, percebeu que havia comprado 3,6 m^2 de piso a mais do que o necessário. O perímetro dessa sala, em metros, é de:

(A) 21,2.
(B) 22,1.
(C) 23,4.
(D) 24,3.
(E) 25,6

07. (Pref. Mogeiro/PB - Professor – Matemática – EXAMES/2011) A pipa, também conhecida como papagaio ou quadrado, foi introduzida no Brasil pelos colonizadores portugueses no século XVI. Para montar a pipa, representada na figura, foram utilizados uma vareta de 40 cm de comprimento, duas varetas de 32 cm de comprimento, tesoura, papel de seda, cola e linha.

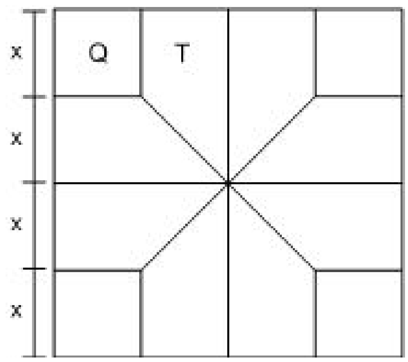
As varetas são fixadas conforme a figura, formando a estrutura da pipa. A linha é passada em todas as pontas da estrutura, e o papel é colado de modo que a extremidade menor da estrutura da pipa fique de fora.



Na figura, a superfície sombreada corresponde ao papel de seda que forma o corpo da pipa. A área dessa superfície sombreada, em centímetros quadrados, é:

(A) 576.
(B) 704.
(C) 832.
(D) 1 150.
(E) 1 472.

08. (TJ/SP – Escrevente Técnico Judiciário – VUNESP/2014) Para efeito decorativo, um arquiteto dividiu o piso de rascunho um salão quadrado em 8 regiões com o formato de trapézios retângulos congruentes (T), e 4 regiões quadradas congruentes (Q), conforme mostra a figura:



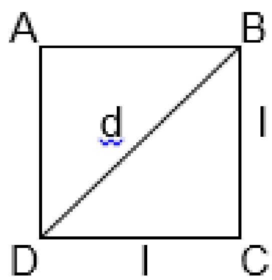
Se a área de cada região com a forma de trapézio retângulo é igual a 24 m², então a área total desse piso é, em m², igual a

(A) 324
(B) 400
(C) 225
(D) 256
(E) 196

Respostas

01.Resposta: C.

Sendo l o lado do quadrado e d a diagonal:



Utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = l^2 + l^2$$
$$\left(2\sqrt{7}\right)^2 = 2l^2$$
$$4.7 = 2l^2$$
$$2l^2 = 28$$
$$l^2 = \frac{28}{2}$$
$$A = 14\ cm^2$$

02. Resposta: A.

- um quadrado terá perímetro x

o lado será $l = \frac{x}{4}$ e o outro quadrado terá perímetro 30 – x

o lado será $l_1 = \frac{30-x}{4}$, sabendo que a área de um quadrado é dada por $S = l^2$, temos:

$S = S_1 + S_2$

$S = l^2 + l_1^2$

$$S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{30-x}{4}\right)^2$$

$$S = \frac{x^2}{16} + \frac{(30-x)^2}{16}$$

como temos o mesmo denominador 16:

$$S = \frac{x^2 + 30^2 - 2.30.x + x^2}{16}$$

$$S = \frac{x^2 + 900 - 60x + x^2}{16}$$

$$S = \frac{2x^2}{16} - \frac{60x}{16} + \frac{900}{16},$$

sendo uma equação do 2º grau onde a = 2/16; b = -60/16 e c = 900/16 e o valor de x será o x do vértice que e dado pela fórmula: $x = \frac{-b}{2a}$, então:

$$x_v = \frac{-\left(\frac{-60}{16}\right)}{2.\frac{2}{16}} = \frac{\frac{60}{16}}{\frac{4}{16}}$$

$$x_v = \frac{60}{16}.\frac{16}{4} = \frac{60}{4} = 15,$$

logo $l = 15$ e $l_1 = 30 - 15 = 15$.

03. Resposta: D.

Observando a figura temos que cada retângulo tem lados medindo x e 0,8x:

Perímetro = x + 285

8.0,8x + 6x = x + 285

6,4x + 6x – x = 285

11,4x = 285

x = 285:11,4

x = 25

Sendo S a área do retângulo:

S= b.h

S= 0,8x.x

$S = 0,8x^2$

Sendo S_t a área total da figura:

$S_t = 6.0,8x^2$

$S_t = 4,8.25^2$

$S_t = 4,8.625$

$S_t = 3000$

04. Resposta: E.

Retângulo com as seguintes dimensões:

Largura: 3,5 m = 350 cm

Comprimento: 8,4 m = 840 cm

A = 840.350

A = 294.000 cm²

Potência = 294.000.0,01 = 2940

05. Resposta: D.

Comprimento: x

Largura: x – 28

Perímetro = 200

x + x + x – 28 + x – 28 = 200

4x – 56 = 200

4x = 200 + 56

x = 256 : 4

x = 64

Comprimento: 64

Largura: 64 – 28 = 36

Área: A = 64.36 = 2304 m²

Preço = 2304.50,00 = 115.200,00

06. Resposta: A.

Do enunciado temos que foram comprados 30 m² de piso e que a sala tem 4 m de largura. Para saber o perímetro temos que calcular o comprimento desta sala.

- houve uma sobra de 3,6 m², então a área da sala é:

A = 30 – 3,6

A = 26,4 m²

- sendo x o comprimento:

x.4 = 26,4

x = 26,4 : 4

x = 6,6 m (este é o comprimento da sala)

- o perímetro (representado por 2p na geometria) é a soma dos 4 lados da sala:

2p = 4 + 4 + 6,6 + 6,6 = 21,2 m

07. Resposta: C.

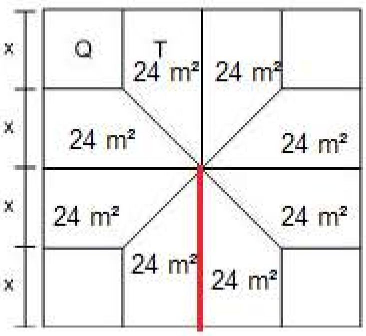
A área procurada é igual a área de um triângulo mais a área de um retângulo.

$A = A_T + A_R$

$$A = \frac{32.20}{2} + 16.32$$

A = 320 + 512 = 832

08. Resposta: D.



O destaque da figura corresponde a base maior do nosso trapézio, e podemos perceber que equivale a 2x e a base menor x, portanto:

$$A = \frac{b+B}{2} \cdot h$$

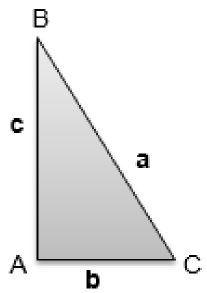
$$24 = \frac{x+2x}{2} \cdot x$$

$X^2 = 16$

Substituindo: Atotal =4x · 4x=16x²=16 · 16=256 m²

TEOREMA DE PITÁGORAS

Em todo triângulo retângulo, o maior lado é chamado de **hipotenusa** e os outros dois lados são os **catetos**.



No exemplo ao lado:

- **a** é a hipotenusa.
- **b** e **c** são os catetos.

- "Em todo triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$$

Questões

01. Millôr Fernandes, em uma bela homenagem à Matemática, escreveu um poema do qual extraímos o fragmento abaixo:

Às folhas tantas de um livro de Matemática, um Quociente apaixonou-se um dia doidamente por uma Incógnita.

Olhou-a com seu olhar inumerável e viu-a do Ápice à Base: uma figura Ímpar; olhos romboides, boca trapezoide, corpo retangular, seios esferoides.

Fez da sua uma vida paralela à dela, até que se encontraram no Infinito.

"Quem és tu" – indagou ele em ânsia Radical.

"Sou a soma dos quadrados dos catetos. Mas pode me chamar de Hipotenusa." (Millôr Fernandes – Trinta Anos de Mim Mesmo).

A Incógnita se enganou ao dizer quem era. Para atender ao Teorema de Pitágoras, deveria dar a seguinte resposta:

(A) "Sou a soma dos catetos. Mas pode me chamar de Hipotenusa."
(B) "Sou o quadrado da soma dos catetos. Mas pode me chamar de Hipotenusa."
(C) "Sou o quadrado da soma dos catetos. Mas pode me chamar de quadrado da Hipotenusa."
(D) "Sou a soma dos quadrados dos catetos. Mas pode me chamar de quadrado da Hipotenusa."
(E) Nenhuma das anteriores.

02. Um barco partiu de um ponto A e navegou 10 milhas para o oeste chegando a um ponto B, depois 5 milhas para o sul chegando a um ponto C, depois 13 milhas para o leste chagando a um ponto D e finalmente 9 milhas para o norte chegando a um ponto E. Onde o barco parou relativamente ao ponto de partida?

(A) 3 milhas a sudoeste.
(B) 3 milhas a sudeste.
(C) 4 milhas ao sul.
(D) 5 milhas ao norte.
(E) 5 milhas a nordeste.

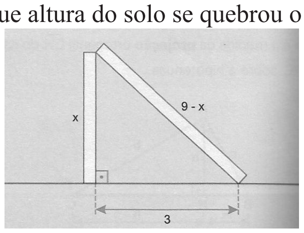
03. Em um triângulo retângulo a hipotenusa mede 13 cm e um dos catetos mede 5 cm, qual é a medida do outro cateto?

(A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 14

04. A diagonal de um quadrado de lado *l* é igual a:

(A)
(B)
(C)
(D)
(E) Nenhuma das anteriores.

05. Durante um vendaval, um poste de iluminação de 9 m de altura quebrou-se em um ponto a certa altura do solo. A parte do poste acima da fratura inclinou-se e sua extremidade superior encostou no solo a uma distância de 3 m da base dele, conforme a figura abaixo. A que altura do solo se quebrou o poste?

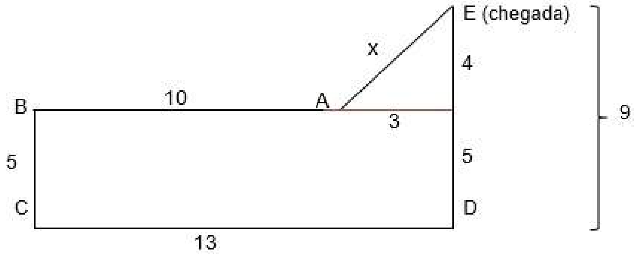


(A) 4 m
(B) 4,5 m
(C) 5 m
(D) 5,5 m
(E) 6 m

Respostas

01. Teórica. **Resposta: D.**

02. Resposta: E.

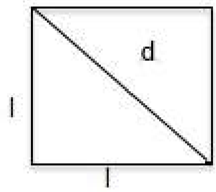


$x^2 = 3^2 + 4^2$
$x^2 = 9 + 16$
$x^2 = 25$
$x = \sqrt{25} = 5$

03. Resposta: C.

$13^2 = x^2 + 5^2$
$169 = x^2 + 25$
$169 – 25 = x^2$
$x^2 = 144$
$x = \sqrt{144} = 12$ cm

04. Resposta: A.



$d^2 = l^2 + l^2$
$d^2 = 2l^2$
$d = \sqrt{2l^2}$
$d = l\sqrt{2}$

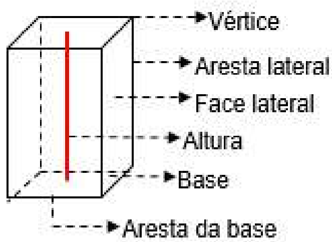
05. Resposta: A.

$(9 – x)^2 = x^2 + 3^3$
$9^2 – 2.9.x + x^2 = x^2 + 9$
$81 – 18x = 9$
$81 – 9 = 18x$
$72 = 18x$
$x = \frac{72}{18}$
$x = 4$ m

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Sólidos Geométricos *são figuras geométricas que possui três dimensões. Um sólido é limitado por um ou mais planos. Os mais conhecidos são: prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera.*

I) PRISMA: é um sólido geométrico que possui duas bases iguais e paralelas.



Elementos de um prisma:

a) **Base**: pode ser qualquer polígono.
b) **Arestas da base**: são os segmentos que formam as bases.
c) **Face Lateral**: é sempre um paralelogramo.
d) **Arestas Laterais**: são os segmentos que formam as faces laterais.
e) **Vértice**: ponto de intersecção (encontro) de arestas.
f) **Altura**: distância entre as duas bases.

Classificação:
Um prisma pode ser classificado de duas maneiras:

1- **Quanto à base**:
- Prisma triangular..a base é um triângulo.
- Prisma quadrangular..a base é um quadrilátero.
- Prisma pentagonal...a base é um pentágono.
- Prisma hexagonal..a base é um hexágono.

E, assim por diante.
2- **Quanta à inclinação**:
- **Prisma Reto**: a aresta lateral forma com a base um ângulo reto (90°).
- **Prisma Obliquo**: a aresta lateral forma com a base um ângulo diferente de 90°.


Prisma reto


Prisma Obliquo

Fórmulas:
- Área da Base
Como a base pode ser qualquer polígono não existe uma fórmula fixa. Se a base é um triângulo calculamos a área desse triângulo; se a base é um quadrado calculamos a área desse quadrado, e assim por diante.

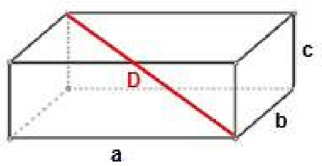
- Área Lateral:
Soma das áreas das faces laterais

- Área Total:
$A_t = A_l + 2A_b$

- **Volume**:
$V = Ab \cdot h$

Prismas especiais: temos dois prismas estudados a parte e que são chamados de prismas especiais, que são:

a) **Hexaedro (Paralelepípedo reto-retângulo)**: é um prisma que tem as seis faces **retangulares**.



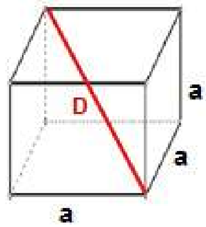
Temos três dimensões: **a**= comprimento, **b** = largura e **c** = altura.

Fórmulas:
- Área Total: $A_t = 2.(ab + ac + bc)$

- **Volume**: $V = a.b.c$

- **Diagonal**: $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

b) **Hexaedro Regular (Cubo)**: é um prisma que tem as 6 faces **quadradas**.



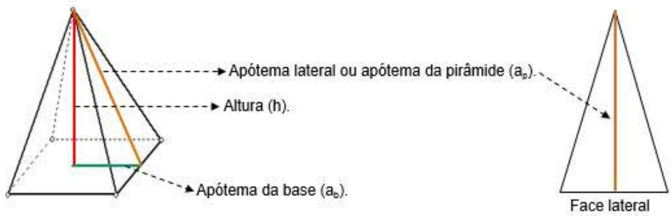
As três dimensões de um cubo comprimento, largura e altura são iguais.

Fórmulas:
- Área Total: $A_t = 6.a^2$

- **Volume**: $V = a^3$

- **Diagonal**: $D = a\sqrt{3}$

II) PIRÂMIDE: é um sólido geométrico que tem uma base e um vértice superior.



Elementos de uma pirâmide:

A pirâmide tem os mesmos elementos de um prisma: base, arestas da base, face lateral, arestas laterais, vértice e altura. Além destes, ela também tem um apótema lateral e um apótema da base.
Na figura acima podemos ver que entre a altura, o apótema da base e o apótema lateral forma um triângulo retângulo, então pelo Teorema de Pitágoras temos: $a_p^2 = h^2 + a_b^2$.

Classificação:

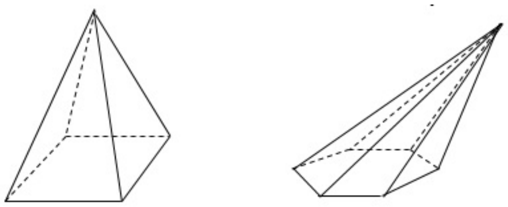
Uma pirâmide pode ser classificado de duas maneiras:

1- **Quanto à base**:
- Pirâmide triangular............................a base é um triângulo.
- Pirâmide quadrangular.......................a base é um quadrilátero.
- Pirâmide pentagonal..........................a base é um pentágono.
- Pirâmide hexagonal............................a base é um hexágono.

E, assim por diante.

2- **Quanta à inclinação**:

- **Pirâmide Reta**: tem o vértice superior na direção do centro da base.
- **Pirâmide Obliqua**: o vértice superior esta deslocado em relação ao centro da base.



Pirâmide Reta Pirâmide Obliqua

➔ *Fórmulas*:

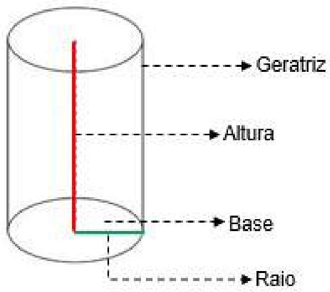
- *Área da Base*: , como a base pode ser qualquer polígono não existe uma fórmula fixa. Se a base é um triângulo calculamos a área desse triângulo; se a base é um quadrado calculamos a área desse quadrado, e assim por diante.

- *Área Lateral*: $A_l = soma\ \ das\ \ áreas\ \ das\ \ faces\ \ laterais$

- Área Total: $A_t = A_l + A_b$

- **Volume**: $V = \frac{1}{3}.A_b.h$

III) CILINDRO: é um sólido geométrico que tem duas bases iguais, paralelas e circulares.

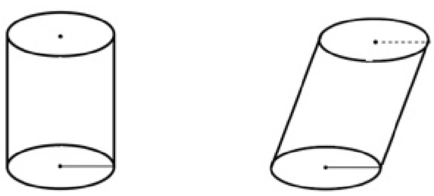


➔ **Elementos de um cilindro**:

a) **Base**: é sempre um círculo.
b) **Raio**
c) **Altura**: distância entre as duas bases.
d) **Geratriz**: são os segmentos que formam a face lateral, isto é, a face lateral é formada por infinitas geratrizes.

Classificação: como a base de um cilindro é um círculo, ele só pode ser classificado de acordo com a inclinação:

- **Cilindro Reto**: a geratriz forma com o plano da base um ângulo reto (90°).
- **Cilindro Obliquo**: a geratriz forma com a base um ângulo diferente de 90°.



Cilindro Reto Cilindro Obliquo

➔ **Fórmulas**:

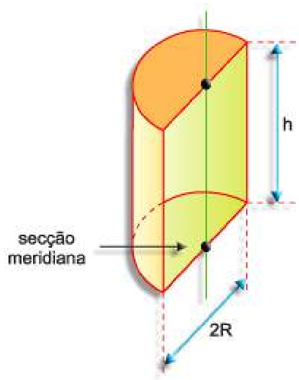
- Área da Base: $A_b = \pi.r^2$

- Área Lateral: $A_l = 2.\pi.r.h$

- Área Total: $A_t = 2.\pi.r.(h + r)$ ou $At = A_l + 2.A_b$

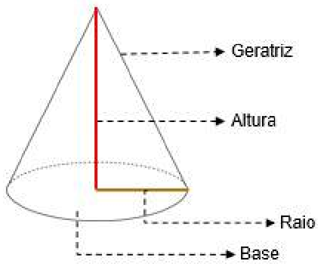
- **Volume**: $V = \pi.r^2.h$ ou $V = A_b.h$

Secção Meridiana de um cilindro: é um "corte" feito pelo centro do cilindro. O retângulo obtido através desse corte é chamado de secção meridiana e tem como medidas 2r e h. Logo a área da secção meridiana é dada pela fórmula: $\mathbf{A_{SM} = 2r.h}$.



Cilindro Equilátero: um cilindro é chamado de equilátero quando a secção meridiana for um quadrado, para isto temos que: **h = 2r**.

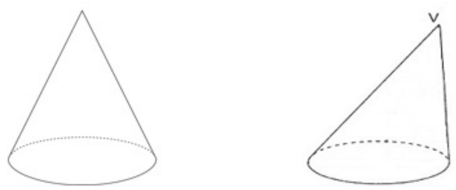
IV) CONE: é um sólido geométrico que tem uma base circular e vértice superior.



Elementos de um cone:
a) **Base**: é sempre um círculo.
b) **Raio**
c) **Altura**: distância entre o vértice superior e a base.
d) **Geratriz**: segmentos que formam a face lateral, isto é, a face lateral e formada por infinitas geratrizes.

Classificação: como a base de um cone é um círculo, ele só tem classificação quanto à inclinação.

- **Cone Reto**: o vértice superior está na direção do centro da base.
- **Cone Obliquo**: o vértice superior esta deslocado em relação ao centro da base.



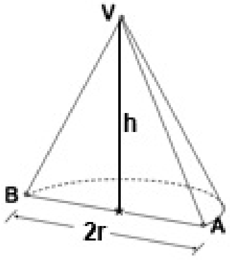
Cone reto Cone obliquo

Fórmulas:

- Área da base: $A_b = \pi.r^2$
- Área Lateral: $A_l = \pi.r.g$
- Área total: $A_t = \pi.r.(g + r)$ ou $A_t = A_l + A_b$
- **Volume**: $V = \frac{1}{3}.\pi.r^2.h$ ou $V = \frac{1}{3}.A_b.h$

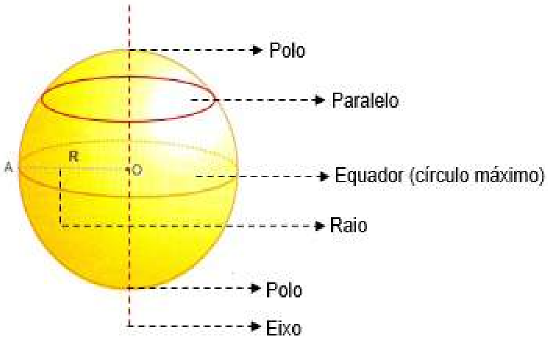
- Entre a geratriz, o raio e a altura temos um triângulo retângulo, então: $\mathbf{g^2 = h^2 + r^2}$.

Secção Meridiana: é um "corte" feito pelo centro do cone. O triângulo obtido através desse corte é chamado de secção meridiana e tem como medidas, base é 2r e h. Logo a área da secção meridiana é dada pela fórmula: $\mathbf{A_{SM} = r.h}$.



Cone Equilátero: um cone é chamado de equilátero quando a secção meridiana for um triângulo equilátero, para isto temos que: **g = 2r**.

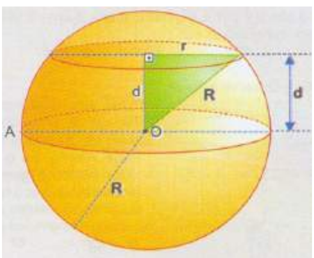
V) ESFERA



Elementos da esfera

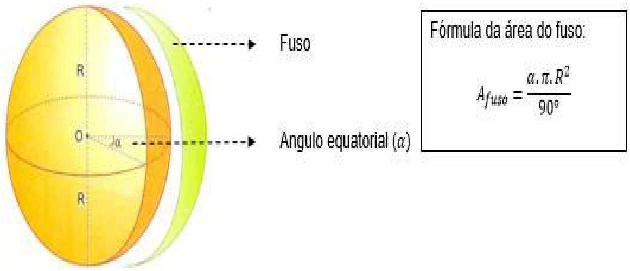
- **Eixo**: é um eixo imaginário, passando pelo centro da esfera.
- **Polos**: ponto de intersecção do eixo com a superfície da esfera.
- **Paralelos**: são "cortes" feitos na esfera, determinando círculos.
- **Equador**: "corte" feito pelo centro da esfera, determinando, assim, o maior círculo possível.

Fórmulas



- na figura acima podemos ver que o raio de um paralelo (**r**), a distância do centro ao paralelo ao centro da esfera (**d**) e o raio da esfera (**R**) formam um triângulo retângulo. Então, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras: $\mathbf{R^2 = r^2 + d^2}$.
- Área: $A = 4.\pi.R^2$
- **Volume**: $V = \frac{4}{3}.\pi.R^3$

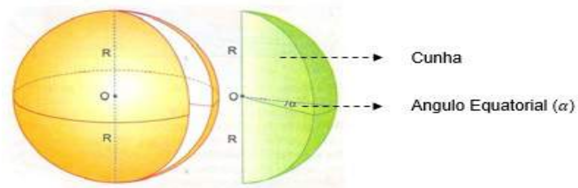
Fuso Esférico:



Fórmula da área do fuso:

$$A_{fuso} = \frac{\alpha.\pi.R^2}{90°}$$

Cunha Esférica:



Fórmula do volume da cunha:

$$V_{cunha} = \frac{\alpha.\pi.R^3}{270°}$$

Questões

01. Dado o cilindro equilátero, sabendo que seu raio é igual a 5 cm, a área lateral desse cilindro, em cm², é:
(A) 90π
(B) 100π
(C) 80π
(D) 110π
(E) 120π

02. Seja um cilindro reto de raio igual a 2 cm e altura 3 cm. Calcular a área lateral, área total e o seu volume.

03. Um prisma hexagonal regular tem aresta da base igual a 4 cm e altura 12 cm. O volume desse prisma é:
(A) $288\sqrt{3}$ cm³
(B) $144\sqrt{3}$ cm³
(C) $200\sqrt{3}$ cm³
(D) $100\sqrt{3}$ cm³
(E) $300\sqrt{3}$ cm³

04. As dimensões de um paralelepípedo são 3 cm, 4 cm e 12 cm. Pede-se calcular a área total, o volume e a diagonal desse paralelepípedo.

05. Um cubo tem aresta igual a 3 m, a área total e o volume desse cubo são, respectivamente, iguais a:
(A) 27 m^2 e 54 m^3
(B) 9 m^2 e 18 m^3
(C) 54 m^2 e 27 m^3
(D) 10 m^2 e 20 m^3

06. Uma pirâmide triangular regular tem aresta da base igual a 8 cm e altura 15 cm. O volume dessa pirâmide, em cm^3, é igual a:
(A) 60
(B) $60\sqrt{3}$
(C) 80
(D) $80\sqrt{3}$
(E) $90\sqrt{3}$

07. Um cone reto tem raio da base com medida 6 cm e geratriz com medida 10 cm. Pede-se calcular:
(A) a altura.
(B) a área lateral.
(C) a área total.
(D) o volume.

08. Um cone equilátero tem raio igual a 8 cm. A altura desse cone, em cm, é:
(A) $6\sqrt{3}$
(B) $6\sqrt{2}$
(C) $8\sqrt{2}$
(D) $8\sqrt{3}$
(E) 8

09. Uma esfera tem raio igual a 6 cm. Pede-se calcular:
(A) a área.
(B) o volume.

10. Foi feito uma secção em uma esfera de raio 4 cm, pelo seu centro, determinando um ângulo equatorial de 60°. Determinar a área do fuso e o volume da cunha obtidos por essa secção.

Respostas

01. Resposta: B.
Solução: em um cilindro equilátero temos que h = 2r e do enunciado r = 5 cm.
h = 2r ➔ h = 2.5 = 10 cm
$A_l = 2.\pi.r.h$
$A_l = 2.\pi.5.10$
$A_l = 100\pi$

02. Respostas: A_l = 12π cm², A_t = 20π cm² e V = 12π cm³
Solução: aplicação direta das fórmulas sendo r = 2 cm e h = 3 cm.

$A_l = 2.\pi.r.h$ | $A_t = 2\pi.r(h + r)$ | $V = \pi.r^2.h$
$A_l = 2.\pi.2.3$ | $A_t = 2\pi.2(3 + 2)$ | $V = \pi.2^2.3$
$A_l = 12\pi\ cm^2$ | $A_t = 4\pi.5$ | $V = \pi.4.3$
$A_t = 20\pi\ cm^2$ | $V = 12\pi\ cm^2$

03. Resposta: A.
Solução: o volume de um prisma é dado pela fórmula $V = A_b.h$, do enunciado temos que a aresta da base é a = 4 cm e a altura h = 12 cm.

A área da base desse prisma é igual a área de um hexágono regular

$$A_b = \frac{6.a^2\sqrt{3}}{4}$$

$A_b = \frac{6.4^2\sqrt{3}}{4}$ ➔ $A_b = \frac{6.16\sqrt{3}}{4}$ ➔ $A_b = 6.4\sqrt{3}$ ➔ $A_b = 24\sqrt{3}$ cm²

$V = 24\sqrt{3}.12$
$V = 288\sqrt{3}\ cm^3$

4. Respostas: A_t = 192 cm², V = 144 cm³ e D = 13 cm
Solução: aplicação direta das fórmulas sendo a = 3 cm, b = 4 cm e c = 12 cm.

$A_t = 2.(ab + ac + bc)$ | $V = a.b.c$ | $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$A_t = 2.(3.4 + 3.12 + 4.12)$ | $V = 3.4.12$ | $D = \sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}$
$A_t = 2.(12 + 36 + 48)$ | $V = 144\ cm^3$ | $D = \sqrt{9 + 16 + 144}$
$A_t = 2.96$ | $D = \sqrt{169}$
$A_t = 192\ cm^2$ | D = 13 cm

05. Resposta: C.
Solução: do enunciado, o cubo tem aresta a = 3 m.
$A_t = 6.a^2$ | $V = a^3$
$A_t = 6.3^2$ | $V = 3^3$
$A_t = 6.9$ | $V = 27\ m^3$
$A_t = 54\ m^2$

06. Resposta: D.
Solução: do enunciado a base é um triângulo equilátero. E a fórmula da área do triângulo equilátero é $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$. A aresta da base é a = 8 cm e h = 15 cm.
Cálculo da área da base:

$$A_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = \frac{64\sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = 16\sqrt{3}$$

Cálculo do volume:

$$V = \frac{1}{3}.A_b.h$$

$$V = \frac{1}{3}.16\sqrt{3}.15$$

$$V = 16\sqrt{3}.5$$

$$V = 80\sqrt{3}$$

07. Respostas: a) h = 8 cm, b) A_l = 60π cm², c) A_t = 96π cm² e d) V = 96π cm³.
Solução: aplicação das fórmulas de cone.
a)$10^2 = h^2 + 6^2$
$100 = h^2 + 36$
$100 – 36 = h^2$
$h^2 = 64$
$h = \sqrt{64}$
h = 8 cm

b)$A_l = \pi.r.g$
$A_l = \pi.6.10$
$A_l = 60\pi\ cm^2$

c) $A_t = \pi r.(g + r)$
$A_t = \pi.6.(10 + 6)$
$A_t = \pi.6.16$
$A_t = 96\pi\ cm^2$

d) $V = \frac{1}{3}.\pi.r^2.h$
$V = \frac{1}{3}.\pi.6^2.8$
$V = \frac{1}{3}.\pi.36.8$
$V = \pi.12.8$
$V = 96\pi\ cm^3$

08. Resposta: D.
Solução: em um cone equilátero temos que g = 2r. Do enunciado o raio é 8 cm, então a geratriz é g = 2.8 = 16 cm.
$g^2 = h^2 + r^2$
$16^2 = h^2 + 8^2$
$256 = h^2 + 64$
$256 – 64 = h^2$
$h^2 = 192$
$h = \sqrt{192}$
$h = \sqrt{2^6.3}$
$h = 2^3\sqrt{3}$
$h = 8\sqrt{3}$ cm

09. Respostas: a) 144π cm² e b) 288π cm³
Solução: o raio da esfera é 6 cm.

a) $A = 4.\pi.R^2$
$A = 4.\pi.6^2$
$A = 4.\pi.36$
$A = 144\pi\ cm^2$

b) $V = \frac{4}{3}.\pi.R^3$
$V = \frac{4}{3}.\pi.6^3$
$V = \frac{4}{3}.\pi.216$
$V = 288\pi\ cm^3$

10. Respostas: $A_f = \frac{32\pi}{3}$ **cm² e** $V_c = \frac{128\pi}{9}$ **cm³**
Solução: A esfera tem raio R = 4 e o ângulo equatorial α = 60°.

$A_f = \frac{\alpha.\pi.R^2}{90°}$
$A_f = \frac{\cancel{60}°.\pi.4^2}{\cancel{90}°} = \frac{6.\pi.16}{9} = \frac{96\pi}{9} = \frac{32\pi}{3}$ cm²
$V_c = \frac{\alpha.\pi.R^3}{270°}$
$V_c = \frac{\cancel{60}°.\pi.4^3}{\cancel{270}°} = \frac{6.\pi.64}{27} = \frac{384\pi}{27} = \frac{128\pi}{9}$ cm³

Referências
IEZZI, Gelson – Matemática - Volume Único
IEZZI, Gelson - Fundamentos da Matemática – Volume 01 – Conjuntos e Funções
IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva
MARIANO, Fabrício – Matemática Financeira para Concursos – 3ª Edição – Rio de Janeiro: Elsevier,2013.
GONÇALVES, Antônio R. - Matemática para Cursos de Graduação – Contexto e Aplicações
http://educacao.globo.com
http://www.porcentagem.org
http://interna.coceducacao.com.br
http://www.infoescola.com
http://www.brasilescola.com
http://ensinandoeaprendendomatematica.blogspot.com.br
http://www.dicio.com.br