

SEC-BA

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO
DO ESTADO DA BAHIA

Professor da Educação Básica
Temporário- Matemática

**EDITAL SEC/SUDEPE Nº 18/2022,
DE 10 DE NOVEMBRO DE 2022**

CÓD: SL-055NV-22
7908433229421

Conhecimentos Específicos

Professor da Educação Básica Temporário - Matemática

1. Números: operações, múltiplos, divisores, decomposição em fatores primos e resto da divisão de números inteiros; operações e representações com números racionais; operações com irracionais e aproximações por racionais; reta real;	7
2. Noções sobre operação e representação gráfica de números complexos. Contextos aplicados.	9
3. Proporcionalidade: grandezas diretamente proporcionais, grandezas inversamente proporcionais,	11
4. Regra de três simples e composta.....	12
5. Gráficos e tabelas. Contextos aplicados.	13
6. Sequências e regularidades: sequências aritmética e geométrica, fórmulas recursivas e posicionais de sequências variadas; noções elementares sobre séries. Contextos aplicados.	18
7. Funções: equações, inequações e gráficos de funções polinomiais do 1º e do 2º grau, funções exponencial e logarítmica, funções trigonométricas seno, cosseno e tangente. Noções de domínio, imagem, composição e inversão de funções. Contextos aplicados.	20
8. Matemática financeira e comercial: porcentagem.....	30
9. Juros simples, juros compostos, descontos e acréscimos. Contexto aplicados.	31
10. Medidas: sistema métrico decimal e conversões de medidas. Contextos aplicados. Contextos aplicados.	47
11. Sistemas de equações: resolução, interpretação, representação matricial e representação gráfica.	52
12. Polinômios e equações polinomiais: operações, valor numérico, raízes racionais, raízes e relação entre coeficientes, raízes reais e complexas.	55
13. Contagem: princípio fundamental da contagem, permutações, arranjos e combinações. Contextos aplicados.	56
14. Noções de estatística e probabilidade: probabilidade simples e condicional, probabilidade da união e da intersecção, probabilidade em espaços amostrais contínuos, medidas de tendência central (moda, mediana, média aritmética simples e ponderada) e de dispersão (desvio médio, amplitude, variância, desvio padrão); gráficos (histogramas, setores, infográficos). Contextos aplicados.	59
15. Geometria sintética: caracterização e elementos de figuras planas e espaciais, congruência e semelhança de figuras planas e espaciais, razão entre comprimentos, áreas e volumes de figuras semelhantes, teorema de Tales, relações métricas em figuras planas e espaciais, trigonometria em triângulos retângulos, ângulos e diagonais de figuras planas e espaciais, figuras planas e espaciais inscritíveis e circunscritíveis, planificação de figuras espaciais, eixos de simetria de figuras planas e espaciais, lei dos senos e dos cossenos. Contextos aplicados.	63
16. Geometria analítica: coordenadas cartesianas de ponto no plano e no espaço, distância entre pontos no plano e no espaço, equações da reta, paralelismo, perpendicularismo, distância entre pontos e reta, equações da circunferência no plano, equações e inequações a duas incógnitas como representação algébrica de lugares geométricos no plano. Contextos aplicados.	76
17. Noções de cálculo diferencial e integral com funções polinomiais. Contextos aplicados.	81
18. Noções sobre história da matemática aplicada em situações didáticas.	94
19. Perspectivas inovadoras no currículo e na avaliação em matemática.	97
20. Perspectivas metodológicas inovadoras no ensino de matemática: uso de calculadora e de tecnologia digital, uso de material concreto e manipulativo, modelagem matemática, resolução de problemas, uso da internet como fonte de pesquisa e aprofundamento, etnomatemática, noções básicas de uso do software Geogebra.	99
21. Noções de interdisciplinaridade da matemática com as ciências da natureza e com as ciências humanas.....	105

Conjunto dos Números Reais (R)

O conjunto dos números reais é representado pelo R e é formado pela junção do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais. Não esqueça que o conjunto dos racionais é a união dos conjuntos naturais e inteiros. Podemos dizer que entre dois números reais existem infinitos números.

Entre os conjuntos números reais, temos:

$R^* = \{x \in R \mid x \neq 0\}$: conjunto dos números reais não-nulos.

$R^+ = \{x \in R \mid x \geq 0\}$: conjunto dos números reais não-negativos.

$R^{*+} = \{x \in R \mid x > 0\}$: conjunto dos números reais positivos.

$R^- = \{x \in R \mid x \leq 0\}$: conjunto dos números reais não-positivos.

$R^{*-} = \{x \in R \mid x < 0\}$: conjunto dos números reais negativos.

— Múltiplos e Divisores

Os conceitos de múltiplos e divisores de um número natural estendem-se para o conjunto dos números inteiros². Quando tratamos do assunto múltiplos e divisores, referimo-nos a conjuntos numéricos que satisfazem algumas condições. Os múltiplos são encontrados após a multiplicação por números inteiros, e os divisores são números divisíveis por um certo número.

Devido a isso, encontraremos subconjuntos dos números inteiros, pois os elementos dos conjuntos dos múltiplos e divisores são elementos do conjunto dos números inteiros. Para entender o que são números primos, é necessário compreender o conceito de divisores.

Múltiplos de um Número

Sejam a e b dois números inteiros conhecidos, o número a é múltiplo de b se, e somente se, existir um número inteiro k tal que $a = b \cdot k$. Desse modo, o conjunto dos múltiplos de a é obtido multiplicando a por todos os números inteiros, os resultados dessas multiplicações são os múltiplos de a.

Por exemplo, listemos os 12 primeiros múltiplos de 2. Para isso temos que multiplicar o número 2 pelos 12 primeiros números inteiros, assim:

- $2 \cdot 1 = 2$
- $2 \cdot 2 = 4$
- $2 \cdot 3 = 6$
- $2 \cdot 4 = 8$
- $2 \cdot 5 = 10$
- $2 \cdot 6 = 12$
- $2 \cdot 7 = 14$
- $2 \cdot 8 = 16$
- $2 \cdot 9 = 18$
- $2 \cdot 10 = 20$
- $2 \cdot 11 = 22$
- $2 \cdot 12 = 24$

Portanto, os múltiplos de 2 são:

$$M(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\}$$

Observe que listamos somente os 12 primeiros números, mas poderíamos ter listado quantos fossem necessários, pois a lista de múltiplos é dada pela multiplicação de um número por todos os inteiros. Assim, o conjunto dos múltiplos é infinito.

Para verificar se um número é ou não múltiplo de outro, devemos encontrar um número inteiro de forma que a multiplicação entre eles resulte no primeiro número. Veja os exemplos:

– O número 49 é múltiplo de 7, pois existe número inteiro que, multiplicado por 7, resulta em 49.

$$49 = 7 \cdot 7$$

– O número 324 é múltiplo de 3, pois existe número inteiro que, multiplicado por 3, resulta em 324.

$$324 = 3 \cdot 108$$

– O número 523 não é múltiplo de 2, pois não existe número inteiro que, multiplicado por 2, resulte em 523.

$$523 = 2 \cdot ?$$

• Múltiplos de 4

Como vimos, para determinar os múltiplos do número 4, devemos multiplicar o número 4 por números inteiros. Assim:

- $4 \cdot 1 = 4$
- $4 \cdot 2 = 8$
- $4 \cdot 3 = 12$
- $4 \cdot 4 = 16$
- $4 \cdot 5 = 20$
- $4 \cdot 6 = 24$
- $4 \cdot 7 = 28$
- $4 \cdot 8 = 32$
- $4 \cdot 9 = 36$
- $4 \cdot 10 = 40$
- $4 \cdot 11 = 44$
- $4 \cdot 12 = 48$

...

Portanto, os múltiplos de 4 são:

$$M(4) = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, \dots\}$$

Divisores de um Número

Sejam a e b dois números inteiros conhecidos, vamos dizer que b é divisor de a se o número b for múltiplo de a, ou seja, a divisão entre b e a é exata (deve deixar resto 0).

Veja alguns exemplos:

- 22 é múltiplo de 2, então, 2 é divisor de 22.
- 63 é múltiplo de 3, logo, 3 é divisor de 63.
- 121 não é múltiplo de 10, assim, 10 não é divisor de 121.

Para listar os divisores de um número, devemos buscar os números que o dividem. Veja:

– Liste os divisores de 2, 3 e 20.

$$D(2) = \{1, 2\}$$

$$D(3) = \{1, 3\}$$

$$D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

Observe que os números da lista dos divisores sempre são divisíveis pelo número em questão e que o maior valor que aparece nessa lista é o próprio número, pois nenhum número maior que ele será divisível por ele.

Por exemplo, nos divisores de 30, o maior valor dessa lista é o próprio 30, pois nenhum número maior que 30 será divisível por ele. Assim:

$$D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}.$$

Propriedade dos Múltiplos e Divisores

Essas propriedades estão relacionadas à divisão entre dois inteiros. Observe que quando um inteiro é múltiplo de outro, é também divisível por esse outro número.

Considere o algoritmo da divisão para que possamos melhor compreender as propriedades.

$$N = d \cdot q + r, \text{ em que } q \text{ e } r \text{ são números inteiros.}$$

² <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/multiplos-divisores.htm>

Lembre-se de que:

N: dividendo;
d, divisor;
q: quociente;
r: resto.

– Propriedade 1: A diferença entre o dividendo e o resto ($N - r$) é múltipla do divisor, ou o número d é divisor de ($N - r$).

– Propriedade 2: ($N - r + d$) é um múltiplo de d, ou seja, o número d é um divisor de ($N - r + d$).

Veja o exemplo:

Ao realizar a divisão de 525 por 8, obtemos quociente $q = 65$ e resto $r = 5$.

Assim, temos o dividendo $N = 525$ e o divisor $d = 8$. Veja que as propriedades são satisfeitas, pois $(525 - 5 + 8) = 528$ é divisível por 8 e:

$$528 = 8 \cdot 66$$

– Números Primos

Os números primos são aqueles que apresentam apenas dois divisores: um e o próprio número³. Eles fazem parte do conjunto dos números naturais.

Por exemplo, 2 é um número primo, pois só é divisível por um e ele mesmo.

Quando um número apresenta mais de dois divisores eles são chamados de números compostos e podem ser escritos como um produto de números primos.

Por exemplo, 6 não é um número primo, é um número composto, já que tem mais de dois divisores (1, 2 e 3) e é escrito como produto de dois números primos $2 \times 3 = 6$.

Algumas considerações sobre os números primos:

– O número 1 não é um número primo, pois só é divisível por ele mesmo;

– O número 2 é o menor número primo e, também, o único que é par;

– O número 5 é o único número primo terminado em 5;

– Os demais números primos são ímpares e terminam com os algarismos 1, 3, 7 e 9.

Uma maneira de reconhecer um número primo é realizando divisões com o número investigado. Para facilitar o processo, veja alguns critérios de divisibilidade:

– Divisibilidade por 2: todo número cujo algarismo da unidade é par é divisível por 2;

– Divisibilidade por 3: um número é divisível por 3 se a soma dos seus algarismos é um número divisível por 3;

– Divisibilidade por 5: um número será divisível por 5 quando o algarismo da unidade for igual a 0 ou 5.

Se o número não for divisível por 2, 3 e 5 continuamos as divisões com os próximos números primos menores que o número até que:

– Se for uma divisão exata (resto igual a zero) então o número não é primo.

– Se for uma divisão não exata (resto diferente de zero) e o quociente for menor que o divisor, então o número é primo.

– Se for uma divisão não exata (resto diferente de zero) e o quociente for igual ao divisor, então o número é primo.

Exemplo: verificar se o número 113 é primo.

Sobre o número 113, temos:

– Não apresenta o último algarismo par e, por isso, não é divisível por 2;

3 <https://www.todamateria.com.br/o-que-sao-numeros-primos/>

– A soma dos seus algarismos ($1+1+3 = 5$) não é um número divisível por 3;

– Não termina em 0 ou 5, portanto não é divisível por 5.

Como vimos, 113 não é divisível por 2, 3 e 5. Agora, resta saber se é divisível pelos números primos menores que ele utilizando a operação de divisão.

Divisão pelo número primo 7:

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 113 \quad | \quad 7 \quad \leftarrow \text{divisor} \\ \underline{-7} \quad 16 \quad \leftarrow \text{quociente} \\ 43 \\ \underline{-42} \\ \text{resto} \rightarrow 1 \end{array}$$

Divisão pelo número primo 11:

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 113 \quad | \quad 11 \quad \leftarrow \text{divisor} \\ \underline{-11} \quad 10 \quad \leftarrow \text{quociente} \\ \text{resto} \rightarrow 03 \end{array}$$

Observe que chegamos a uma divisão não exata cujo quociente é menor que o divisor. Isso comprova que o número 113 é primo.

NOÇÕES SOBRE OPERAÇÃO E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE NÚMEROS COMPLEXOS. CONTEXTOS APLICADOS

Os números complexos são números compostos por uma parte real e uma imaginária⁴.

Eles representam o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) , cujos elementos pertencem ao conjunto dos números reais (R) .

O conjunto dos números complexos é indicado por \mathbb{C} e os números complexos, onde se definem as operações:

Igualdade: $(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \text{ e } b = d$

Adição: $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$

Multiplicação: $(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

– Unidade Imaginária (i)

Indicado pela letra i , a unidade imaginária é o par ordenado $(0, 1)$. Logo:

$$i \cdot i = -1 \text{ ou } i^2 = -1$$

Assim, i é a raiz quadrada de -1 , pois:

$$i^2 = -1$$

$$i = \sqrt{-1}$$

Exemplo:

$$\sqrt{-4} = \sqrt{-1 \cdot 4} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{4} = i\sqrt{4} = \pm 2i$$

4 [https://www.todamateria.com.br/numeros-complexos/#:~:text=Os%20n%C3%BAmeros%20complexos%20s%C3%A3o%20n%C3%BAmeros,dos%20n%C3%BAmeros%20reais%20\(R\).](https://www.todamateria.com.br/numeros-complexos/#:~:text=Os%20n%C3%BAmeros%20complexos%20s%C3%A3o%20n%C3%BAmeros,dos%20n%C3%BAmeros%20reais%20(R).)

— Forma Algébrica de um Número Complexo

A forma mais usual de representar números complexos é utilizando a forma algébrica ou, binomial.

A forma algébrica, de um número complexo z é:

$$z = x + yi$$

Onde:

- x é um número real indicado por: $x = \text{Re}(Z)$, sendo a parte real de z .

- y é um número real indicado por: $y = \text{Im}(Z)$, sendo a parte imaginária de z .

Exemplos:

$z = 4 + 3i$, onde 4 é a parte real e 3i a imaginária.

$z = 8$, onde 8 é a parte real e 0 a imaginária.

$z = 16i$, onde 0 é a parte real e 16i a imaginária. (Neste caso, chama-se z de imaginário puro).

— Conjugado de um Número Complexo

O conjugado de um número complexo $z = a + bi$ é definido por:

$$\bar{z} = a - bi$$

Assim, troca-se o sinal de sua parte imaginária.

Exemplos:

Se $z = 5 + 2i$, então $\bar{z} = 5 - 2i$.

Se $z = 1 - 3i$, então $\bar{z} = 1 + 3i$.

Se $z = -15i$, então $\bar{z} = 15i$.

Se $z = 4$, então $\bar{z} = 4$.

Quando multiplicamos um número complexo por seu conjugado, o resultado será um número real.

— Igualdade entre Números Complexos

Sendo dois números complexos $Z_1 = (a, b)$ e $Z_2 = (c, d)$, eles são iguais quando $a = c$ e $b = d$. Isso porque eles possuem partes reais e imaginárias idênticas. Assim:

$$a + bi = c + di \text{ quando } a = c \text{ e } b = d$$

Exemplo:

$$z_1 = 4 + 3i \text{ e } z_2 = 4 + 3i$$

Então, $z_1 = z_2$.

— Operações com Números Complexos

Com os números complexos é possível realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Confira as definições e exemplos:

Adição

$$Z_1 + Z_2$$

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + i(b + d)$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} (2 + 3i) + (-4 + 5i) \\ (2 - 4) + i(3 + 5) \\ -2 + 8i \end{aligned}$$

Subtração

$$Z_1 - Z_2$$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + i(b - d)$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} (4 - 5i) - (2 + i) \\ (4 - 2) + i(-5 - 1) \\ 2 - 6i \end{aligned}$$

Multiplicação

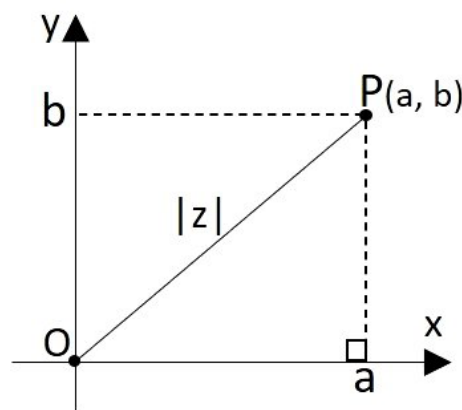
Usamos a propriedade distributiva:

$$\begin{aligned} (a + bi) \cdot (c + di) &= ac + adi + bci + bdi^2 \text{ (lembre que } i^2 = -1) \\ (a + bi) \cdot (c + di) &= ac + adi + bci - bd \end{aligned}$$

Juntando as partes reais e imaginárias:

$$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + i(ad + bc)$$

Exemplo:



$$\begin{aligned} (4 + 3i) \cdot (2 - 5i) \\ 8 - 20i + 6i - 15i^2 \\ 8 - 14i + 15 \\ 23 - 14i \end{aligned}$$

Divisão

$$\begin{aligned} Z_1/Z_2 = Z_3 \\ Z_1 = Z_2 \cdot Z_3 \end{aligned}$$

Na igualdade acima, se $Z_3 = x + yi$, temos:

$$Z_1 = Z_2 \cdot Z_3$$

$$\begin{aligned} a + bi &= (c + di) \cdot (x + yi) \\ a + bi &= (cx - dy) + i(cy + dx) \end{aligned}$$

Pelo sistema das incógnitas x e y temos:

$$\begin{aligned} cx - dy &= a \\ dx + cy &= b \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned} x &= (ac + bd)/c^2 + d^2 \\ y &= (bc - ad)/c^2 + d^2 \end{aligned}$$

Exemplo:

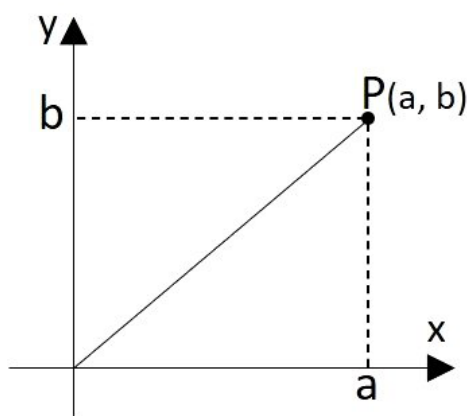
$$\frac{2 - 5i/i}{2 - 5i/(-i) / (-i)}$$

$$\frac{-2i + 5i^2 / -i^2}{5 - 2i}$$

— **Plano Complexo ou Plano de Argand-Gauss.**

Os números complexos podem ser representados geometricamente no plano complexo.

Dado um número complexo em sua forma algébrica, $z = a + bi$, um ponto P no plano complexo tem as coordenadas P(a, b) representa este número complexo.



— **Módulo de um Número Complexo**

O módulo ou, medida de comprimento, de um número complexo é a distância entre a origem do sistema de coordenadas e o ponto que o define no plano complexo. É representado por entre barras verticais, $|z|$ ou pela letra grega ρ e definido como:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Esta definição vem do teorema de Pitágoras, aplicado no triângulo retângulo OPA. $|z|$ é a hipotenusa do triângulo.

PROPORCIONALIDADE: GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS, GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

A razão estabelece uma comparação entre duas grandezas, sendo o coeficiente entre dois números⁵.

Já a proporção é determinada pela igualdade entre duas razões, ou ainda, quando duas razões possuem o mesmo resultado.

Note que a razão está relacionada com a operação da divisão. Vale lembrar que duas grandezas são proporcionais quando formam uma proporção.

Ainda que não tenhamos consciência disso, utilizamos cotidianamente os conceitos de razão e proporção. Para preparar uma receita, por exemplo, utilizamos certas medidas proporcionais entre os ingredientes.

Para encontrar a razão entre duas grandezas, as unidades de medida terão de ser as mesmas.

⁵ <https://www.todamateria.com.br/razao-e-proporcao/>

A partir das grandezas A e B temos:

Razão

$$\frac{A}{B}$$

ou $A : B$, onde $b \neq 0$.

Proporção

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

onde todos os coeficientes são $\neq 0$.

Exemplo: Qual a razão entre 40 e 20?

$$\frac{40}{20} = 2$$

Lembre-se que numa fração, o numerador é o número acima e o denominador, o de baixo.

$$\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{Numerador} \\ \text{Denominador} \end{matrix}$$

Se o denominador for igual a 100, temos uma razão do tipo porcentagem, também chamada de razão centesimal.

$$30\% = \frac{30}{100} = 0,30$$

Além disso, nas razões, o coeficiente que está localizado acima é chamado de antecedente (A), enquanto o de baixo é chamado de consequente (B).

$$\frac{A}{B} = \frac{\text{Antecedente}}{\text{Consequente}}$$

Qual o valor de x na proporção abaixo?

$$\frac{1}{3} = \frac{12}{x}$$

$$x = 12 \cdot 3$$

$$x = 36$$

Assim, quando temos três valores conhecidos, podemos descobrir o quarto, também chamado de “quarta proporcional”.

Na proporção, os elementos são denominados de termos. A primeira fração é formada pelos primeiros termos (A/B), enquanto a segunda são os segundos termos (C/D).

Nos problemas onde a resolução é feita através da regra de três, utilizamos o cálculo da proporção para encontrar o valor procurado.

— Propriedades da Proporção

1. O produto dos meios é igual ao produto dos extremos, por exemplo:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Logo: $A \cdot D = B \cdot C$.

Essa propriedade é denominada de multiplicação cruzada.

2. É possível trocar os extremos e os meios de lugar, por exemplo:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

é equivalente

$$\frac{D}{B} = \frac{C}{A}$$

Logo, $D \cdot A = C \cdot B$.

REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

— Regra de três simples e composta

A regra de três é a proporção entre duas ou mais grandezas, que podem ser velocidades, tempos, áreas, distâncias, comprimentos, entre outros⁶.

É o método para determinar o valor de uma incógnita quando são apresentados duas ou mais razões, sejam elas diretamente ou inversamente proporcionais.

As Grandezas

Dentro da regra de três simples e composta existem grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Caracteriza-se por grandezas diretas aquelas em que o acréscimo ou decréscimo de uma equivale ao mesmo processo na outra. Por exemplo, ao triplicarmos uma razão, a outra também será triplicada, e assim sucessivamente.

Exemplo: Supondo que cada funcionário de uma microempresa com 35 integrantes gasta 10 folhas de papel diariamente. Quantas folhas serão gastas nessa mesma empresa quando o quadro de colaboradores aumentar para 50?

Funcionários	Papéis
35 -----	10
50 -----	x

Ao analisarmos o caso percebemos que o aumento de colaboradores provocará também um aumento no gasto de papel. Logo, essa é uma razão do tipo direta, que deve ser resolvida através da multiplicação cruzada:

⁶ <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/regra-de-tres-simples-e-composta>

$$35x = 50 \cdot 10$$

$$35x = 500$$

$$x = 500/35$$

$$x = 14,3$$

Portanto, serão necessários 14,3 papéis para suprir as demandas da microempresa com 50 funcionários.

Por outro lado, as grandezas inversas ocorrem quando o aumento ou diminuição de uma resultam em grandezas opostas. Ou seja, se uma é quadruplicada, a outra é reduzida pela metade, e assim por diante.

Exemplo: Se 7 pedreiros constroem uma casa grande em 80 dias, apenas 5 deles construirão a mesma casa em quanto tempo?

Pedreiros	Dias
7 -----	80
5 -----	x

Nesta situação, é preciso inverter uma das grandezas, pois a relação é inversamente proporcional. Isso acontece porque a diminuição de pedreiros provoca o aumento no tempo de construção.

Pedreiros	Dias
7 -----	x
5 -----	80

$$5x = 80 \cdot 7$$

$$5x = 560$$

$$x = 560/5$$

$$x = 112$$

Sendo assim, serão 112 dias para a construção da casa com 5 pedreiros.

Regra de Três Simples

A regra de três simples funciona na relação de apenas duas grandezas, que podem ser diretamente ou inversamente proporcionais.

Exemplo 1: Para fazer um bolo de limão utiliza-se 250 ml do suco da fruta. Porém, foi feito uma encomenda de 6 bolos. Quantos limões serão necessários?

Bolos	Limões
1 -----	250 ml
6 -----	x

Reparem que as grandezas são diretamente proporcionais, já que o aumento no pedido de bolos pede uma maior quantidade de limões. Logo, o valor desconhecido é determinado pela multiplicação cruzada:

$$x = 250 \cdot 6$$

$$x = 1500 \text{ ml de suco}$$

Exemplo 2: Um carro com velocidade de 120 km/h percorre um trajeto em 1 hora. Se a velocidade for reduzida para 70 km/h, em quanto tempo o veículo fará o mesmo percurso?

Velocidade	Tempo
120km/h -----	2h
70km/h -----	x

Observa-se que neste exemplo teremos uma regra de três simples inversa, uma vez que ao diminuirmos a velocidade do ônibus, o tempo de deslocamento irá aumentar. Então, pela regra, uma das razões deverá ser invertida e transformada em direta.

Velocidade	Tempo
70km/h -----	2h
120km/h -----	x

$$70x = 120 \cdot 2$$

$$70x = 240$$

$$x = 240/70$$

$$x = 3,4 \text{ h}$$

Regra de Três Composta

A regra de três composta é a razão e proporção entre três ou mais grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, ou seja, as relações que aparecem em mais de duas colunas.

Exemplo: Uma loja demora 4 dias para produzir 160 peças de roupas com 8 costureiras. Caso 6 funcionárias estiverem trabalhando, quantos dias levará para a produção de 300 peças?

Dias	Peças	Costureiras
4	160	8
x	300	6

Inicialmente, deve-se analisar cada grandeza em relação ao valor desconhecido, isto é:

- Relacionando os dias de produção com a quantidade de peças, percebe-se que essas grandezas são diretamente proporcionais, pois aumentando o número de peças cresce a necessidade de mais dias de trabalho.

- Relacionando a demanda de costureiras com os dias de produção, observa-se que aumentando a quantidade de peças o quadro de funcionárias também deveria aumentar. Ou seja, as grandezas são inversamente proporcionais.

Após análises, organiza-se as informações em novas colunas:

Dias	Peças	Costureiras
4	160	8
x	300	6

$$4/x = 160/300 \cdot 6/8$$

$$4/x = 960/2400$$

$$960x = 2400 \cdot 4$$

$$960x = 9600$$

$$x = 9600/960$$

$$x = 10 \text{ dias}$$

GRÁFICOS E TABELAS. CONTEXTOS APLICADOS

— Gráficos

Os gráficos são representações que facilitam a análise de dados, os quais costumam ser dispostos em tabelas quando se realiza pesquisas estatísticas⁷. Eles trazem muito mais praticidade, principalmente quando os dados não são discretos, ou seja, quando são números consideravelmente grandes. Além disso, os gráficos também apresentam de maneira evidente os dados em seu aspecto temporal.

Elementos do Gráfico

Ao construirmos um gráfico em estatística, devemos levar em consideração alguns elementos que são essenciais para sua melhor compreensão. Um gráfico deve ser simples devido à necessidade de passar uma informação de maneira mais rápida e coesa, ou seja, em um gráfico estatístico, não deve haver muitas informações, devemos colocar nele somente o necessário.

As informações em um gráfico devem estar dispostas de maneira clara e verídica para que os resultados sejam dados de modo coeso com a finalidade da pesquisa.”

Tipos de Gráficos

Em estatística é muito comum a utilização de diagramas para representar dados, diagramas são gráficos construídos em duas dimensões, isto é, no plano. Existem vários modos de representá-los. A seguir, listamos alguns.

• Gráfico de Pontos

Também conhecido como Dotplot, é utilizado quando possuímos uma tabela de distribuição de frequência, sendo ela absoluta ou relativa. O gráfico de pontos tem por objetivo apresentar os dados das tabelas de forma resumida e que possibilite a análise das distribuições desses dados.

Exemplo: Suponha uma pesquisa, realizada em uma escola de educação infantil, na qual foram coletadas as idades das crianças. Nessa coleta foi organizado o seguinte rol:

Rol: {1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6}

⁷ <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/graficos.htm>

Matemática na Idade Média

Durante o período conhecido como Alta Idade Média, a matemática foi confundida com superstição e não era um campo do saber valorizado pelos estudiosos.

No entanto, isso se modifica a partir do séc. XI. Por isso, longe de ser uma “idade as trevas”, neste período os seres humanos continuaram a produzir conhecimento.

Um dos mais destacados matemáticos foi o uzbeque Al-Khowârizmî, que traduziu as obras de matemática dos hindus para a Casa da Sabedoria, em Bagdá. Suas obras popularizaram entre os árabes os números como os escrevemos hoje.

Acredita-se que os comerciantes árabes os apresentaram aos europeus através de suas transações comerciais.

Idade Moderna

Na Idade Moderna, foram estabelecidos os sinais de adição e subtração, expostos no livro “Aritmética Comercial” de João Widman d’Eger, em 1489.

Antes, as somas eram indicadas pela letra “p”, da palavra latina “plus”. Por outro lado, a subtração era sinalizada pela palavra “minus” e mais tarde, sua abreviação “mus” com um traço em cima.

A matemática acompanhou as mudanças que as ciências passaram no período conhecido como Revolução Científica.

Um dos grandes inventos será a calculadora, realizada pelo francês Blaise Pascal. Além disso, ele escreveu sobre geometria no seu “Tratado do Triângulo Aritmético” e sobre fenômenos físicos teorizados no “Princípio de Pascal”, sobre a lei das pressões num líquido.

Igualmente, o francês René Descartes contribuiu para o aprofundamento da geometria e do método científico. Suas reflexões ficaram expostas no livro “Discurso do Método”, onde defendia o uso da razão e da comprovação matemática para chegar às conclusões sobre a causa dos fenômenos naturais.

Por sua parte, o inglês Isaac Newton descreveu a lei da gravidade através dos números e da geometria. Suas ideias consagraram o modelo heliocêntrico e até hoje são estudadas como as Leis de Newton.

Matemática da Idade Contemporânea

Com a Revolução Industrial, a matemática se desenvolveu de forma extraordinária.

As indústrias e as universidades se tornaram um vasto campo para o estudo de novos teoremas e invenções de todo tipo.

Na álgebra, os matemáticos se debruçaram no desenvolvimento de resolução de equações, quatérnios, grupos de permutações e grupo abstrato.

Já no século XX, as teorias de Albert Einstein reformularam o que se entendia como Física. Deste modo, os matemáticos viram-se diante de novos desafios para expressar em número as ideias do genial cientista.

A teoria da relatividade supôs uma nova perspectiva sobre a compreensão do espaço, do tempo e mesmo do ser humano.

PERSPECTIVAS INOVADORAS NO CURRÍCULO E NA AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA

Atualmente, a sociedade, em especial, os educadores, defendem com muito empenho uma educação com qualidade social como um direito fundamental de todo cidadão, a ser assegurado pelo Estado. Além disso, identifica-se a qualidade social da educação pelas suas características de relevância, pertinência e equidade.

O sentido que assumem esses três requisitos no campo da formação matemática. Relevância: diz respeito aos elementos que compõem uma formação matemática que contribua para a plena inclusão de todos na vida social, em suas múltiplas dimensões.

Pertinência: refere-se à compreensão da complexidade e da diversidade dos fenômenos educacionais para a conquista de uma efetiva formação matemática. Equidade: trata do que é preciso fazer para, respeitadas as diferenças humanas e as especificidades dos contextos, oferecer a todos oportunidades iguais para usufruir o saber matemático, como um dos mais importantes bens culturalmente construídos pelo homem.

É claro que, nos limites deste trabalho, não se poderá dar conta da extensão e da complexidade das questões delineadas acima. O que se tenta é trazer alguns pontos para a reflexão dos professores que ensinam Matemática, com a expectativa de que sejam aprofundados por meio de outros estudos e, acima de tudo, venham a ser confrontados com a sua prática.

Matemática e Educação Matemática

A matemática no mundo de hoje

As atividades que envolvem a matemática estão presentes desde as ações mais simples do dia a dia às mais complexas realizações no campo da ciência e da tecnologia.

Nossa sociedade é permeada por tecnologias de base científica e intenso fluxo de informações de vários tipos. As mudanças no mundo do trabalho têm sido rápidas e profundas e requerem capacidade de adaptação a novos processos de produção e de comunicação. Nesse contexto, o cidadão, se vê, cada vez mais, chamado a resolver problemas para os quais aptidões matemáticas podem trazer uma valiosa contribuição.

Assim, é inegável que a matemática é relevante na vida cotidiana, na ciência, na tecnologia e indispensável ao homem em relação à sua participação na cultura contemporânea e no exercício da cidadania.

O conhecimento matemático

Em todas as épocas, as atividades matemáticas estiveram, entre as formas de interação do homem com o mundo físico, social e cultural, em intensidade e diversidade crescentes, relacionadas com a evolução histórica. As atividades matemáticas, movidas pela necessidade do homem de organizar e ampliar seu conhecimento e pela sua capacidade de intervenção sobre os fenômenos que o cercam, geraram, ao longo da evolução histórica, um corpo de saber — a Matemática, que é um campo científico extenso e diversificado. E, contrariamente ao que pensam muitos, é um campo em permanente evolução nos dias atuais e não um repertório de conhecimentos antigos e imutáveis.

Considerando o que é afirmado acima, a Matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos nas mais diversas áreas. Tais modelos são construções abstratas que se constituem instrumentos para a compreensão desses fenômenos. Modelos matemáticos incluem conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e representações simbólicas que, em um processo contínuo, passam de instrumentos na resolução de uma classe de problemas a objetos próprios de conhecimento.

Na verdade, há um caminho de mão dupla que, em um sentido, conduz os problemas dos outros campos da atividade humana para os modelos matemáticos abstratos e, no outro sentido, leva as especulações internas da matemática para as aplicações, muitas delas novas e inesperadas.

Assim, aprofundar o conhecimento sobre os modelos matemáticos fortalece a contribuição da Matemática para outras áreas do saber. No sentido oposto, buscar questões, cada vez mais complexas, nos outros campos do conhecimento, promove o desenvolvimento de novos modelos matemáticos. Essas duas ações fornecem bons alicerces para a prática da interdisciplinaridade, tão almejada nos dias atuais.

A validação do conhecimento em Matemática

Outra característica importante do conhecimento matemático está relacionada a seu método científico de validação. Os homens recorreram, nas atividades matemáticas, a diversos métodos para validar e organizar o conhecimento nesse campo do saber. Entre esses, o método axiomático-dedutivo, em especial, desde a civilização grega, predomina na Matemática e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para a comprovação de um fato matemático. Os conceitos de axioma, definição, teorema e demonstração são centrais nesse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática.

A esse respeito, no entanto, várias ressalvas se impõem. Primeiramente, o próprio conceito de rigor lógico nas demonstrações mudou, no decorrer da história, mesmo no âmbito da comunidade matemática. Em segundo lugar, trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na construção efetiva desse conhecimento, faz-se uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos, plausíveis, de conjecturas, de tentativas, de verificações empíricas, enfim, recorre-se a uma variedade complexa de outros procedimentos.

Além desses aspectos, embora a validação pelo método lógico-dedutivo seja privilegiada na Matemática, as questões de ensino e aprendizagem, associadas a tal método, estão longe de terem sido resolvidas. São conhecidas as dificuldades didáticas quando se busca, gradualmente, estabelecer a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação e, em particular, procura-se fazer o estudante compreender a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas.

Os campos de conteúdos da Matemática escolar

Na cultura escolar, nas duas últimas décadas, os conteúdos matemáticos a serem ensinados e aprendidos têm sido organizados em grandes campos. Embora se observem algumas variações, há razoável concordância entre as várias propostas de classificação desses conteúdos. Neste texto adotam-se cinco campos: números e operações; geometria; álgebra; grandezas e medidas; estatística, probabilidades, combinatória.

Esses agrupamentos têm tido um efeito positivo ao facilitarem o trabalho pedagógico. Entretanto, é indispensável que tais campos não sejam vistos como blocos estanques e autossuficientes. Além disso, é preciso considerar que a aprendizagem é mais eficiente quando os conhecimentos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. Ao mesmo tempo, é fundamental reconhecer que a elaboração desses conhecimentos não ocorre de maneira espontânea, mas como consequência da mobilização de recursos metodológicos adequados, tema que será abordado mais adiante.

Matemática e linguagem

Outro aspecto importante da Matemática é a diversidade de formas simbólicas presentes em seu corpo de conhecimento: língua natural, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, ícones, entre outros, que desempenham papel central, não só para representar os conceitos, relações e procedimentos, mas na própria formação desses conteúdos. Por exemplo, um mesmo número racional pode ser representado por símbolos, tais como $\frac{1}{4}$, 0,25, 25%, ou pela área de uma região plana ou, ainda, pela expressão “um quarto”.

Uma função pode ser representada, entre outras possibilidades, por uma tabela, por um gráfico cartesiano ou por símbolos matemáticos.

Saber e saber fazer

As aptidões matemáticas são uma mescla intrincada de muitos elementos, entre os quais se destacam os conhecimentos e as habilidades.

Os conhecimentos constituem-se em um complexo conjunto de elaborações cognitivas associadas a conceitos e procedimentos, adquiridos nas diversificadas experiências da vida e também relacionadas a saberes explicitamente organizados e sistematizados pelo homem. No caso da Matemática, tais saberes sistematizados incluem conceitos, relações entre os conceitos, linguagem própria e procedimentos técnicos.

No entanto, tais conhecimentos só ganham significado em situações vivenciadas pelas pessoas. Nessas situações, elas são chamadas a mobilizar os conhecimentos e a ligá-los, de forma eficaz, às experiências práticas. Em outros termos, é necessário que todos tenham a capacidade e a oportunidade de administrar as mais diferentes situações da vida, pelo recurso a intuições, conceitos, princípios, informações, métodos, técnicas, como fruto de suas experiências pessoais.

Cada vez mais, defende-se a ideia de que é preciso saber e saber fazer Matemática. No contexto dessa discussão, mesmo que de forma simplificada, podemos associar o saber aos conhecimentos aprendidos pelo estudante, e o saber fazer à sua capacidade de mobilizar esses conhecimentos como resposta a um problema.

Habilidades matemáticas mais gerais

Indicar um conjunto de habilidades matemáticas mais gerais a serem construídas no decorrer da formação escolar é sempre uma tarefa difícil. Por isso, adverte-se que a relação que se indica a seguir deve ser encarada com cautela. Seu caráter abstrato torna indispensável que sua concretização seja fruto de um trabalho pedagógico para que essas habilidades sejam incorporadas, em cada situação, levando em conta as características do contexto educacional em questão, a maturidade cognitiva dos estudantes e seus conhecimentos prévios.

Além disso, tais habilidades não se realizam num vazio, mas apoiadas nos conhecimentos matemáticos a que estão intimamente associadas e sobre os quais serão tecidas considerações mais adiante, neste texto.

Assim, sem esquecer as interdependências entre elas, pode-se propor a seguinte relação de habilidades gerais para a formação matemática do estudante:

- interpretar matematicamente situações presentes nas diversas práticas sociais;
- estabelecer conexões entre os campos da Matemática e entre esta e as outras áreas do saber;
- raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar;
- comunicar-se utilizando as diversas formas de linguagem empregadas na Matemática;