Editora Solução

a solução para o seu concurso!

MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO

O básico para concursos

BÁSICO CONCURSOS

CÓD: SL-174ST-23
7908433243236

Matemática

Raciocínio Lógico

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS; OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS; OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS; OPERAÇÕES COM NÚMEROS IRRACIONAIS;

— Conjuntos Numéricos

O grupo de termos ou elementos que possuem características parecidas, que são similares em sua natureza, são chamados de conjuntos. Quando estudamos matemática, se os elementos parecidos ou com as mesmas características são números, então dizemos que esses grupos são conjuntos numéricos[1].

Em geral, os conjuntos numéricos são representados graficamente ou por extenso – forma mais comum em se tratando de operações matemáticas. Quando os representamos por extenso, escrevemos os números entre chaves {}. Caso o conjunto seja infinito, ou seja, tenha incontáveis números, os representamos com reticências depois de colocar alguns exemplos. Exemplo: N = {0, 1, 2, 3, 4…}.

Existem cinco conjuntos considerados essenciais, pois eles são os mais usados em problemas e questões no estudo da Matemática. São eles: Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais.

Conjunto dos Números Naturais (N)

O conjunto dos números naturais é representado pela letra N. Ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito. Exemplo:

N = {0, 1, 2, 3, 4…}

Além disso, o conjunto dos números naturais pode ser dividido em subconjuntos:

N* = {1, 2, 3, 4…} ou N* = N – {0}: conjunto dos números naturais não nulos, ou sem o zero.

Np = {0, 2, 4, 6…}, em que n ∈ N: conjunto dos números naturais pares.

Ni = {1, 3, 5, 7..}, em que n ∈ N: conjunto dos números naturais ímpares.

P = {2, 3, 5, 7..}: conjunto dos números naturais primos.

Conjunto dos Números Inteiros (Z)

O conjunto dos números inteiros é representado pela maiúscula Z, e é formado pelos números inteiros negativos, positivos e o zero. Exemplo: Z = {-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4…}

O conjunto dos números inteiros também possui alguns subconjuntos:

Z+ = {0, 1, 2, 3, 4…}: conjunto dos números inteiros não negativos.

Z- = {…-4, -3, -2, -1, 0}: conjunto dos números inteiros não positivos.

Z*+ = {1, 2, 3, 4…}: conjunto dos números inteiros não negativos e não nulos, ou seja, sem o zero.

Z*- = {… -4, -3, -2, -1}: conjunto dos números inteiros não positivos e não nulos.

Conjunto dos Números Racionais (Q)

Números racionais são aqueles que podem ser representados em forma de fração. O numerador e o denominador da fração precisam pertencer ao conjunto dos números inteiros e, é claro, o denominador não pode ser zero, pois não existe divisão por zero.

O conjunto dos números racionais é representado pelo Q. Os números naturais e inteiros são subconjuntos dos números racionais, pois todos os números naturais e inteiros também podem ser representados por uma fração. Além destes, números decimais e dízimas periódicas também estão no conjunto de números racionais.

Vejamos um exemplo de um conjunto de números racionais com 4 elementos:

Qx = {-4, 1/8, 2, 10/4}

Também temos subconjuntos dos números racionais:

Q* = subconjunto dos números racionais não nulos, formado pelos números racionais sem o zero.

Q+ = subconjunto dos números racionais não negativos, formado pelos números racionais positivos.

Q*+ = subconjunto dos números racionais positivos, formado pelos números racionais positivos e não nulos.

Q- = subconjunto dos números racionais não positivos, formado pelos números racionais negativos e o zero.

Q*- = subconjunto dos números racionais negativos, formado pelos números racionais negativos e não nulos.

Conjunto dos Números Irracionais (I)

O conceito de números irracionais é dependente da definição de números racionais. Assim, pertencem ao conjunto dos números irracionais os números que não pertencem ao conjunto dos racionais.

Em outras palavras, ou um número é racional ou é irracional. Não há possibilidade de pertencer aos dois conjuntos ao mesmo tempo. Por isso, o conjunto dos números irracionais é complementar ao conjunto dos números racionais dentro do universo dos números reais.

Outra forma de saber quais números formam o conjunto dos números irreais é saber que os números irracionais não podem ser escritos em forma de fração. Isso acontece, por exemplo, com decimais infinitos e raízes não exatas.

Os decimais infinitos são números que têm infinitas casas decimais e que não são dízimas periódicas. Como exemplo, temos 0,12345678910111213, π, √3 etc.

Conjunto dos Números Reais (R)

O conjunto dos números reais é representado pelo R e é formado pela junção do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais. Não esqueça que o conjunto dos racionais é a união dos conjuntos naturais e inteiros. Podemos dizer que entre dois números reais existem infinitos números.

Entre os conjuntos números reais, temos:

R*= {x ∈ R|x ≠ 0}: conjunto dos números reais não-nulos.

R+ = {x ∈ R|x ≥ 0}: conjunto dos números reais não-negativos.

R*+ = {x ∈ R|x > 0}: conjunto dos números reais positivos.

R– = {x ∈ R|x ≤ 0}: conjunto dos números reais não-positivos.

R*– = {x ∈ R|x < 0}: conjunto dos números reais negativos.

1 *https://matematicario.com.br/*

$x = \pm 2$

Então as soluções possíveis são x = 2 e x = -2.

Quando b = 0 e c = 0

Quando tanto o coeficiente b quanto o coeficiente c são iguais a zero, a equação será do tipo $ax^2 = 0$ e terá sempre como única solução x = 0. Vejamos um exemplo a seguir.

Exemplo:

$$3x^2 = 0$$
$$x^2 = 0 : 3$$
$$x^2 = 0$$
$$x = \pm\sqrt{0}$$
$$x = \pm 0$$
$$x = 0$$

NOÇÕES DE CONJUNTOS

A teoria dos conjuntos é a teoria matemática capaz de agrupar elementos[8].

Dessa forma, os elementos (que podem ser qualquer coisa: números, pessoas, frutas) são indicados por letra minúscula e definidos como um dos componentes do conjunto.

Exemplo: o elemento “a” ou a pessoa “x”

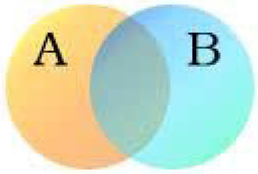
Assim, enquanto os elementos do conjunto são indicados pela letra minúscula, os conjuntos, são representados por letras maiúsculas e, normalmente, dentro de chaves ({ }).

Além disso, os elementos são separados por vírgula ou ponto e vírgula, por exemplo:

A = {a,e,i,o,u}

— Diagrama de Euler-Venn

No modelo de Diagrama de Euler-Venn (Diagrama de Venn), os conjuntos são representados graficamente:



— Relação de Pertinência

A relação de pertinência é um conceito muito importante na “Teoria dos Conjuntos”.

Ela indica se o elemento pertence (e) ou não pertence (∉) ao determinado conjunto, por exemplo:

D = {w,x,y,z}

Logo:

w e D (w pertence ao conjunto D);

j ∉ D (j não pertence ao conjunto D).

— Relação de Inclusão

A relação de inclusão aponta se tal conjunto está contido (C), não está contido (⊄) ou se um conjunto contém o outro (Ↄ), por exemplo:

A = {a,e,i,o,u}

B = {a,e,i,o,u,m,n,o}

C = {p,q,r,s,t}

Logo:

A C B (A está contido em B, ou seja, todos os elementos de A estão em B);

C ⊄ B (C não está contido em B, na medida em que os elementos do conjunto são diferentes);

B Ↄ A (B contém A, donde os elementos de A estão em B).

— Conjunto Vazio

O conjunto vazio é o conjunto em que não há elementos; é representado por duas chaves { } ou pelo símbolo Ø. Note que o conjunto vazio está contido (C) em todos os conjuntos.

— União, Intersecção e Diferença entre Conjuntos

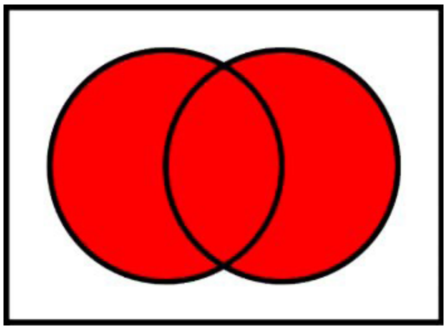
A união dos conjuntos, representada pela letra (U), corresponde a união dos elementos de dois conjuntos, por exemplo:

A = {a,e,i,o,u}

B = {1,2,3,4}

Logo:

AB = {a,e,i,o,u,1,2,3,4}.



A intersecção dos conjuntos, representada pelo símbolo (∩), corresponde aos elementos em comum de dois conjuntos, por exemplo:

C = {a, b, c, d, e} ∩ D = {b, c, d}

Logo:

CD = {b, c, d}

8 https://www.todamateria.com.br/teoria-dos-conjuntos/

Exemplo:
p: João dirige
q: a capital do mundo é Itapeva.

p ∧ q: João dirige e a capital do mundo é Itapeva.

Vamos negar esta proposição. Num primeiro momento, podemos estar inclinados a responder que a negativa seria *João não dirige e a capital do mundo não é Itapeva*. Mas a 1ª Lei de Morgan nos sinaliza que está errado[3]. Devemos, negar as proposições simples e trocar o nosso conectivo. Se estava *e*, agora precisa estar *ou.*

Assim, a negação da frase seria: *João não dirige* ***ou*** *a capital do mundo não é Itapeva*. Diferença sutil, mas muito importante.

p

q: João dirige ou a capital do mundo é Itapeva

Vamos novamente negar esta frase. Da mesma forma da anterior, nosso senso pode nos levar a responder que a negação seria *João não dirige ou a capital do mundo é Itapeva*. Mais uma vez, pela 2ª Lei de Morgan, temos que a negação se trata de *João não dirige* ***e*** *a capital do mundo não é Itapeva*.

Podemos então estabelecer que para negar logicamente uma frase verbal, devemos não só negar suas partes, mas também *inverter* seu conectivo. Se antes estava *e*, deve se tornar *ou* na negação. Igualmente, se antes estava *ou*, deve se tornar *e*.

Outra negativa importante, não abordada diretamente pelas Leis de Morgan, é a negativa de *"se…então…"*.

Se João dirige, então a capital do mundo é Itapeva.

Como iremos negar esta proposição? A ideia aqui é manter a primeira proposição e negar a segunda, retirando os termos *"se"* e *"então"*. Ficamos então com a negativa: *João dirige e a capital do mundo não é Itapeva*.

Neste exemplo, vemos que essa questão é menos intuitiva comparada àquelas que são abordadas pelas Leis de Morgan, mas novamente, sendo bem absorvidas, farão sentido e evitarão erros na resolução das questões.

RACIOCÍNIO ESPACIAL E TEMPORAL

Existem tipos de questões de lógica que envolvem situações específicas que necessitam de algo a mais para resolver do que somente as *tabelas verdade*. Um exemplo disso são questões envolvendo *espaço* (posição, fila e tamanho e etc.) e *tempo* (horas, dias, calendário e etc.).

Não há uma forma de elaborar estratégias específicas para a resolução de questões deste tipo, então iremos fornecer alguns exemplos para *inspirar* quais análises podem ser feitas.

Exemplos:

1 – Em um determinado ano, o mês de setembro teve 5 sábados e 5 domingos. Rodrigo faz aniversário no dia 1º de setembro. Em qual dia da semana foi o seu aniversário esse ano?

Aqui, temos um exercício lidando com *tempo.* Neste caso, estamos lidando com calendário, envolvendo dias de um mês. Numa primeira vista, esta questão pode parecer muito difícil de resolver, pois, aparentemente, há informações faltando. Mas vamos ver como proceder na análise:

1º) Vamos nos atentar que setembro possui 30 dias;

2º) Dessa forma, dividindo este valor por 7, descobrimos quantas semanas há nesse mês: 30 : 7 = 4 (e sobra 2).

3º) Assim, esse mês terá 4 semanas e mais dois dias.

4º) Se o mês começasse numa quinta-feira, teríamos então:

4 domingos
4 segundas
4 terças
4 quartas
4 quintas
5 sextas
5 sábados

5º) No exemplo acima, para dar 5 sextas e 5 sábados, o mês começou numa quinta. Assim, para termos 5 sábados e 5 domingos, o mês deve começar numa sexta.

6º) Como o aniversário de Rodrigo é no dia 1º de setembro, então seu aniversário será numa sexta-feira

---

2 – Observando o calendário de 2021, temos que o dia 23 de outubro caiu em um sábado. Sabendo que o ano de 2020 foi o último ano bissexto, o dia 23 de outubro de 2024 cairá em uma:

Vamos operar de maneira semelhante à questão anterior:

1º) Vamos dividir 365 (dias por ano) por 7 (dias por semana) para vermos quantas semanas temos no ano

365 : 7 = 52 (sobra 1)

2º) A divisão acima nos diz que a cada ano, avançamos um dia. Ou seja, se o dia 1º de janeiro de 2023 foi num domingo, em 2024 será numa segunda.

3º) Devemos analisar também o ano bissexto, pois nestes anos, há um dia a mais, então seria para dividirmos 366 por 7.

366 : 7 = 52 (sobra 2)

4º) O último ano bissexto foi em 2020, então o próximo será em 2024. Nos anos bissextos, fevereiro ganha um dia a mais.

5º) Temos então que de 2021 para 2024:

2021 → 2022: +1 dia na semana
2022 → 2023: +1 dia na semana
2023 → 2024: +2 dias na semana
= +4 dias na semana

6º) Como o dia 23 de outubro de 2021 caiu num sábado, o dia 23 de outubro de 2024 cairá 4 dias da semana depois, ou seja, numa quarta.

– Lembrando: calendário e horas
Janeiro – 31 dias
Fevereiro – 28* dias
Março – 31 dias

3 Repare que as Leis de Morgan se tratam de equivalências lógicas. Caso se interesse em ver essas igualdades, veja o tópico equivalências lógicas.

14. SEDUC – MT – 2021
O número 1,5% é igual a uma fração irredutível a/b. O valor de (a + b) é:
(A) 6
(B) 1,5
(C) 3
(D) 5
(E) 4,5

Resposta: D
Precisa realizar ajuste no enunciado, pois se não o estudante não consegue resolver

O número 1,5% é igual a uma fração irredutível $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b}$. O valor de (a + b) é:

Uma fração irredutível é quando não podemos mais simplificá-la.
A questão explica que (a/b).(a/b)=1,5%.

Primeiro vamos transformar 1,5% em uma fração que será 1,5/100. Porém, não podemos transformar estes números numa fração irredutível com números decimais, então vamos transformar novamente o número 1,5 numa fração, logo 1,5 = 15/10, nesta fração podemos transformar em uma fração irredutível, simplificando os numeradores e o denominadores por 5, obtendo a fração 3/2.

Agora vamos substituir na fração que tínhamos antes, logo: (3/2)/100.
Fazendo a divisão de frações temos que manter a primeira, mudar o sinal e inverter a segunda = (3/2).(1/100) = 3/200, agora temos uma fração irredutível.
Por fim, temos que a/b=3/200, logo a=3 e b=200. A soma de a+b=3+200 = 203.

15. PREFEITURA DE GUARUJÁ – 2018
Uma padaria de Guarujá vendia pães por unidade, a um preço de R$ 0,23 por pãozinho de 50 g. Atualmente, a mesma padaria vende o pão por peso, cobrando R$ 5,60 por quilograma do produto.
A variação percentual do preço do pãozinho foi de aproximadamente:
(A) 20,75%
(B) 21,74%
(C) 22,73%
(D) 25,00%
(E) 27,00%

Resposta: B
Antes cada pãozinho de 0,50 g custava 0,23 centavos, então 1000g custava R$ 4,60.
1000g corresponde a 20 pães de 50g cada, logo 0,23 x 20 = 4,60
Agora o pãozinho é vendido por quilo, a R$ 5,60 o quilo.
Variação percentual
4,60 -------------- 100%
5,60 --------------- x
4,60x = 560
x = 560/4,60
x = 121,74
121,74% - 100% = 21,74%

16. PREFEITURA DE ICAPUÍ – 2021
Em uma emissora de TV, trabalham 40 homens e 20 mulheres. Do total de homens, 80% não assistem novela e, do total de mulheres, 50% assistem novela. Então, o percentual de pessoas que assistem novela nessa emissora é:
(A) 20%.
(B) 30%.
(C) 50%.
(D) 60%.
(E) 70%.