

PETROBRAS

PETROBRAS - PETRÓLEO BRASILEIRO S.A

Engenharia de Petróleo

**COM BASE NO EDITAL N.º 1 – PETROBRAS/PSP RH
2021, DE 15 DE DEZEMBRO DE 2021**

CÓD: SL-057FV-26
7908433291763

Língua Portuguesa

1. Compreensão e interpretação de textos de gêneros variados	7
2. Reconhecimento de tipos e gêneros textuais	7
3. Domínio da ortografia oficial	14
4. Domínio dos mecanismos de coesão textual.....	16
5. Emprego de elementos de referência, substituição e repetição, de conectores e de outros elementos de sequenciação textual	20
6. Emprego de tempos e modos verbais. Emprego das classes de palavras.....	21
7. Domínio da estrutura morfosintática do período. Relações de coordenação entre orações e entre termos da oração. Relações de subordinação entre orações e entre termos da oração	31
8. Emprego dos sinais de pontuação	34
9. Concordância verbal e nominal	37
10. Regência verbal e nominal.....	38
11. Emprego do sinal indicativo de crase.....	41
12. Colocação dos pronomes átonos	42
13. Reescrita de frases e parágrafos do texto. Reorganização da estrutura de orações e de períodos do texto. Reescrita de textos de diferentes gêneros e níveis de formalidade	43
14. Significação das palavras.....	44
15. Substituição de palavras ou de trechos de texto	48

Língua Inglesa

1. Compreensão de textos escritos em língua inglesa	65
2. Itens gramaticais relevantes para o entendimento dos sentidos dos textos	66

Conhecimentos Específicos - Bloco I

1. Álgebra linear.....	119
2. Cálculo diferencial e integral.....	129
3. Física básica: movimento de uma partícula, quantidade de movimento e força, impulso e trabalho.....	136
4. Mecânica dos fluidos: propriedades dos fluidos, análise dimensional e transformação de unidades, hidrostática, equilíbrio de corpos imersos e flutuantes, conservação de massa, quantidade de movimento e energia	159
5. Resistência dos materiais: tração e compressão, análise das tensões e deformações, força cortante e momento fletor ..	165

Conhecimentos Específicos - Bloco II

1. Cálculo vetorial e matricial	175
2. Análise combinatória	175
3. Progressões.....	176
4. Geometria plana; geometria espacial; geometria analítica	178
5. Estática dos corpos rígidos.....	186

ÍNDICE

1. Acústica.....	186
2. Ótica.....	187
3. Eletricidade e eletromagnetismo.....	199
4. Momento de inércia das figuras planas	212
5. Teoria da elasticidade	216
6. Termodinâmica: propriedades de uma substância pura, trabalho e calor, primeira e segunda leis da termodinâmica	220
7. Gases, misturas e soluções ideais	222
8. Transferência de calor: condução de calor em regime permanente, fundamentos de convecção e radiação	226
9. Transferência de massa.....	229

Conhecimentos Específicos - Bloco III

1. Lógica; conjuntos	239
2. Relações; funções; logaritmos	251
3. Trigonometria	257
4. Probabilidade.....	263
5. Estatística descritiva.....	264
6. Matemática financeira	267
7. Fundamentos de geologia de petróleo, geofísica de petróleo, perfuração de poços, avaliação das formações, completção de poços, reservatórios de petróleo, elevação e escoamento de petróleo, sistemas submarinos de produção e processamento primário de petróleo	268
8. Estequiometria.....	280
9. Soluções.....	290
10. Funções inorgânicas.....	297
11. Equilíbrio químico	311
12. Química orgânica	315

LÍNGUA PORTUGUESA

COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS DE GÊNEROS VARIADOS

Compreender um texto nada mais é do que analisar e decodificar o que de fato está escrito, seja das frases ou de ideias presentes. Além disso, interpretar um texto, está ligado às conclusões que se pode chegar ao conectar as ideias do texto com a realidade.

A compreensão básica do texto permite o entendimento de todo e qualquer texto ou discurso, com base na ideia transmitida pelo conteúdo. Ademais, compreender relações semânticas é uma competência imprescindível no mercado de trabalho e nos estudos.

A interpretação de texto envolve explorar várias facetas, desde a compreensão básica do que está escrito até as análises mais profundas sobre significados, intenções e contextos culturais. No entanto, Quando não se sabe interpretar corretamente um texto pode-se criar vários problemas, afetando não só o desenvolvimento profissional, mas também o desenvolvimento pessoal.

Busca de sentidos

Para a busca de sentidos do texto, pode-se extrair os tópicos frasais presentes em cada parágrafo. Isso auxiliará na compreensão do conteúdo exposto, uma vez que é ali que se estabelecem as relações hierárquicas do pensamento defendido, seja retomando ideias já citadas ou apresentando novos conceitos.

Por fim, concentre-se nas ideias que realmente foram explicitadas pelo autor. Textos argumentativos não costumam conceder espaço para divagações ou hipóteses, supostamente contidas nas entrelinhas. Deve-se atentar às ideias do autor, o que não implica em ficar preso à superfície do texto, mas é fundamental que não se criem suposições vagas e inespecíficas.

Importância da interpretação

A prática da leitura, seja por prazer, para estudar ou para se informar, aprimora o vocabulário e dinamiza o raciocínio e a interpretação. Ademais, a leitura, além de favorecer o aprendizado de conteúdos específicos, aprimora a escrita.

Uma interpretação de texto assertiva depende de inúmeros fatores. Muitas vezes, apressados, descuidamo-nos dos detalhes presentes em um texto, achamos que apenas uma leitura já se faz suficiente. Interpretar exige paciência e, por isso, sempre releia o texto, pois a segunda leitura pode apresentar aspectos surpreendentes que não foram observados previamente.

Para auxiliar na busca de sentidos do texto, pode-se também retirar dele os tópicos frasais presentes em cada parágrafo, isso certamente auxiliará na apreensão do conteúdo exposto. Lembre-se de que os parágrafos não estão organizados, pelo

menos em um bom texto, de maneira aleatória, se estão no lugar que estão, é porque ali se fazem necessários, estabelecendo uma relação hierárquica do pensamento defendido; retomando ideias já citadas ou apresentando novos conceitos.

Concentre-se nas ideias que de fato foram explicitadas pelo autor: os textos argumentativos não costumam conceder espaço para divagações ou hipóteses, supostamente contidas nas entrelinhas. Devemos nos ater às ideias do autor, isso não quer dizer que você precise ficar preso na superfície do texto, mas é fundamental que não criemos, à revelia do autor, suposições vagas e inespecíficas.

Ler com atenção é um exercício que deve ser praticado à exaustão, assim como uma técnica, que fará de nós leitores proficientes.

Diferença entre compreensão e interpretação

A compreensão de um texto envolve realizar uma análise objetiva do seu conteúdo para verificar o que está explicitamente escrito nele. Por outro lado, a interpretação vai além, relacionando as ideias do texto com a realidade. Nesse processo, o leitor extrai conclusões subjetivas a partir da leitura.

RECONHECIMENTO DE TIPOS E GÊNEROS TEXTUAIS

O estudo dos tipos e gêneros textuais é fundamental para a compreensão e produção de textos em diversas situações comunicativas, sendo um tema recorrente em provas de concursos públicos. Ao compreender esses conceitos, o candidato adquire a capacidade de interpretar de forma mais eficaz os diferentes textos que encontrará, além de aprimorar sua habilidade de redigir conforme as exigências de cada situação.

Os tipos textuais referem-se a estruturas mais amplas e fixas que caracterizam a forma como o conteúdo é apresentado, como o narrativo, descritivo, dissertativo-argumentativo, expositivo e injuntivo. Já os gêneros textuais são as variadas manifestações desses tipos, adaptando-se ao contexto social, à finalidade e ao meio de comunicação, como notícias, editoriais, cartas de opinião, entre outros.

TIPOS TEXTUAIS: DEFINIÇÃO E CARACTERÍSTICAS GERAIS

Os tipos textuais são modelos de estrutura e organização que orientam a maneira como um texto é construído, determinando sua função comunicativa e as estratégias linguísticas empregadas em sua elaboração. Esses tipos são considerados padrões relativamente estáveis que definem a forma e o propósito do texto, orientando o autor e o leitor sobre como a mensagem será apresentada.

Ao todo, temos cinco tipos textuais clássicos, que aparecem com frequência em questões de concursos públicos e que são fundamentais para a compreensão da estrutura e organização dos textos: o descritivo, o injuntivo, o expositivo, o dissertativo-argumentativo e o narrativo. Cada um desses tipos textuais possui características próprias que influenciam a maneira como o texto é organizado, e a identificação dessas características é essencial para a interpretação e produção de textos de acordo com as demandas específicas de cada contexto.

► Tipo Textual Descritivo

O tipo descritivo é voltado para a criação de uma imagem detalhada de um objeto, pessoa, lugar, situação ou sentimento. O objetivo principal é permitir que o leitor visualize ou experimente o que está sendo descrito, utilizando recursos linguísticos que enfatizam as características sensoriais e perceptivas.

Características principais:

- Uso frequente de adjetivos, locuções adjetivas e orações adjetivas para caracterizar o objeto descrito.
- A descrição pode ser objetiva, quando o autor busca apresentar os detalhes de forma imparcial, ou subjetiva, quando há a inclusão de impressões e sentimentos pessoais.
- O texto é marcado por uma estrutura estática, sem progressão temporal.

▪ **Exemplos de gêneros textuais descritivos:** anúncios classificados, cardápios, biografias, manuais e relatos de viagem.

► Tipo Textual Injuntivo

O tipo injuntivo, também conhecido como instrucional, tem como propósito orientar, instruir ou comandar o leitor a realizar uma ação específica. É comum em situações em que é necessário indicar procedimentos, dar instruções ou estabelecer regras.

Características principais:

- Uso predominante de verbos no modo imperativo e em formas que expressam obrigação ou instrução (futuro do presente, por exemplo).
- A linguagem é direta e objetiva, com frases curtas e claras.
- A presença de marcas de interlocução, como pronomes e verbos em segunda pessoa, é comum para estabelecer uma relação de diálogo com o leitor.

▪ **Exemplos de gêneros textuais injuntivos:** receitas culinárias, bulas de remédio, manuais de instrução, regulamentos e editais.

► Tipo Textual Expositivo

O texto expositivo tem como principal objetivo informar, esclarecer ou explicar determinado assunto ao leitor. Sua função é apresentar informações de forma clara, imparcial e objetiva, sem a intenção de convencer ou influenciar.

Características principais:

- Apresenta uma estrutura clara, com introdução, desenvolvimento e conclusão.

- Uso de linguagem formal, objetiva e impessoal.
- O verbo é empregado predominantemente no presente, e a organização das ideias segue uma sequência lógica e ordenada.

▪ **Exemplos de gêneros textuais expositivos:** enciclopédias, artigos científicos, verbetes de dicionário, palestras e entrevistas.

► Tipo Textual Dissertativo-Argumentativo

O tipo dissertativo-argumentativo é amplamente utilizado em redações de concursos e vestibulares. Seu objetivo é expor ideias, discutir um tema e defender um ponto de vista, utilizando argumentos consistentes e bem estruturados.

Características principais:

- Estrutura típica com introdução (apresentação da tese), desenvolvimento (argumentos) e conclusão (reforço ou síntese da ideia principal).
- Presença de elementos que visam convencer o leitor, como citações, dados estatísticos, exemplos e comparações.
- Uso de verbos no presente, em primeira ou terceira pessoa, dependendo do grau de formalidade.

▪ **Exemplos de gêneros textuais dissertativo-argumentativos:** artigos de opinião, editoriais, ensaios, resenhas e cartas argumentativas.

► Tipo Textual Narrativo

O tipo narrativo é aquele em que o autor conta uma história, real ou fictícia, envolvendo personagens, um enredo, tempo e espaço. A narrativa envolve a apresentação de eventos que se desenrolam ao longo do tempo, seguindo uma sequência lógica.

Características principais:

- Presença de personagens, narrador, enredo, tempo e espaço.
- Uso predominante de verbos no pretérito, que conferem a ideia de acontecimentos já ocorridos.
- Pode adotar diferentes tipos de narrador, como o narrador em primeira pessoa (participa da história) ou o narrador em terceira pessoa (observador ou onisciente).

▪ **Exemplos de gêneros textuais narrativos:** contos, romances, fábulas, crônicas e lendas.

RELAÇÃO ENTRE OS TIPOS TEXTUAIS E A FUNÇÃO COMUNICATIVA

Os tipos textuais servem como base para a construção de qualquer texto e têm uma função comunicativa que orienta a escolha das estruturas gramaticais, do vocabulário e do estilo de escrita. Por exemplo, ao produzir um texto narrativo, espera-se que haja uma sequência de ações e eventos; ao criar um texto dissertativo-argumentativo, é necessário apresentar e defender uma ideia de forma lógica e coerente.

LÍNGUA INGLESA

COMPREENSÃO DE TEXTOS ESCRITOS EM LÍNGUA INGLESA

Reading Comprehension

Interpretar textos pode ser algo trabalhoso, dependendo do assunto, ou da forma como é abordado. Tem as questões sobre o texto. Mas, quando o texto é em outra língua? Tudo pode ser mais assustador.

Se o leitor manter a calma, e se embasar nas estratégias do Inglês Instrumental e ter certeza que ninguém é cem por cento leigo em nada, tudo pode ficar mais claro.

Vejamos o que é e quais são suas estratégias de leitura:

Inglês Instrumental

Também conhecido como Inglês para Fins Específicos - ESP, o Inglês Instrumental fundamenta-se no treinamento instrumental dessa língua. Tem como objetivo essencial proporcionar ao aluno, em curto prazo, a capacidade de ler e compreender aquilo que for de extrema importância e fundamental para que este possa desempenhar a atividade de leitura em uma área específica.

Estratégias de leitura

- **Skimming:** trata-se de uma estratégia onde o leitor vai buscar a ideia geral do texto através de uma leitura rápida, sem apegar-se a ideias mínimas ou específicas, para dizer sobre o que o texto trata.
- **Scanning:** através do scanning, o leitor busca ideias específicas no texto. Isso ocorre pela leitura do texto à procura de um detalhe específico. Praticamos o scanning diariamente para encontrarmos um número na lista telefônica, selecionar um e-mail para ler, etc.
- **Cognatos:** são palavras idênticas ou parecidas entre duas línguas e que possuem o mesmo significado, como a palavra "vírus" é escrita igualmente em português e inglês, a única diferença é que em português a palavra recebe acentuação. Porém, é preciso atentar para os chamados falsos cognatos, ou seja, palavras que são escritas igual ou parecidas, mas com o significado diferente, como "evaluation", que pode ser confundida com "evolução" onde na verdade, significa "avaliação".
- **Inferência contextual:** o leitor lança mão da inferência, ou seja, ele tenta adivinhar ou sugerir o assunto tratado pelo texto, e durante a leitura ele pode confirmar ou descartar suas hipóteses.

▪ **Reconhecimento de gêneros textuais:** são tipo de textos que se caracterizam por organização, estrutura gramatical, vocabulário específico e contexto social em que ocorrem. Dependendo das marcas textuais, podemos distinguir uma poesia de uma receita culinária, por exemplo.

▪ **Informação não-verbal:** é toda informação dada através de figuras, gráficos, tabelas, mapas, etc. A informação não-verbal deve ser considerada como parte da informação ou ideia que o texto deseja transmitir.

▪ **Palavras-chave:** são fundamentais para a compreensão do texto, pois se trata de palavras relacionadas à área e ao assunto abordado pelo texto. São de fácil compreensão, pois, geralmente, aparecem repetidamente no texto e é possível obter sua ideia através do contexto.

▪ **Grupos nominais:** formados por um núcleo (substantivo) e um ou mais modificadores (adjetivos ou substantivos). Na língua inglesa o modificador aparece antes do núcleo, diferente da língua portuguesa.

▪ **Afixos:** são prefixos e/ou sufixos adicionados a uma raiz, que modifica o significado da palavra. Assim, conhecendo o significado de cada afixo pode-se compreender mais facilmente uma palavra composta por um prefixo ou sufixo.

▪ **Conhecimento prévio:** para compreender um texto, o leitor depende do conhecimento que ele já tem e está armazenado em sua memória. É a partir desse conhecimento que o leitor terá o entendimento do assunto tratado no texto e assimilará novas informações. Trata-se de um recurso essencial para o leitor formular hipóteses e inferências a respeito do significado do texto.

O leitor tem, portanto, um papel ativo no processo de leitura e compreensão de textos, pois é ele que estabelecerá as relações entre aquele conteúdo do texto e os conhecimentos de mundo que ele carrega consigo. Ou mesmo, será ele que poderá agregar mais profundidade ao conteúdo do texto a partir de sua capacidade de buscar mais conhecimentos acerca dos assuntos que o texto traz e sugere.

Não se esqueça que saber interpretar textos em inglês é muito importante para ter melhor acesso aos conteúdos escritos fora do país, ou para fazer provas de vestibular ou concursos.

ITENS GRAMATICAIS RELEVANTES PARA O ENTENDIMENTO DOS SENTIDOS DOS TEXTOS

Dentre os muitos tópicos gramaticais da língua inglesa, alguns se fazem primordiais para a compreensão textual e a contextualização da comunicação no idioma. Os tempos verbais são as principais gramáticas a serem estudadas para uma melhor compreensão do idioma por completo. Ao realizar a interpretação de um texto, deve-se levar o tempo verbal em consideração para que se possa contextualizar o momento ao qual a fala se refere. Confira a seguir.

Simple present

O *simple present* ou o presente simples é marcado por dois verbos auxiliares específicos DO e DOES. A conjugação verbal no tempo presente da língua inglesa é simples e se divide entre grupos de sujeitos. No infinitivo, ou seja, quando terminados em “ar”, “er”, “ir” no português, o verbo leva “to” em inglês, veja a seguir.

- Comer – to *eat*
- Beber – to *drink*
- Andar – to *walk*

Todos os verbos no presente mantêm uma conjugação básica, muito mais simples que a do português para cada sujeito. Basta retirar o “to” do infinitivo para serem conjugados com os sujeitos *I, you, we, they* e *you* (plural). Veja:

- I **eat** – Eu como
- You **eat** – Você come/ Tu comes
- We **eat** – Nós comemos
- They **eat** – Eles comem
- You **eat** – Vocês comem/ Vós comeis

No caso dos pronomes na terceira pessoa (*he, she* e *it*), acrescenta-se ao verbo o *s* conjuga-los adequadamente no tempo presente; para saber quando usar casa partícula, é necessário atentar-se ao final de cada verbo. Veja:

- She **speaks** Spanish.
- My brother **enjoys** watching movies.
- Anne **visits** her family on weekends

A grande maioria dos verbos recebem a terminação em *s* no inglês, em especial os terminados em sons consonantais de *p, t, k* ou *f* ou sons vogais. Mas encontramos algumas exceções também em que devemos acrescentar *es* ou *ies* ao final do verbo, no caso de verbos terminados em *y*, em *ch*, em *sh*, em *x*, em *s* ou em *z*.

Em verbos a terminação consoante + *y*, acrescenta-se o “*ies*”. Confira alguns exemplos de verbos que se encaixam nesta regra.

- To *study* – She **studies** *math*. (Ela estuda matemática)
- To *try* – He **tries** to *practice* *sports*. (Ele tenta praticar esportes)

- To *fry* – John **fries** *potatoes* in *oil*. (John fritar batatas no óleo)
- To *copy* – Lucy **copies** the *text*. (Lucy copia o texto)
- To *reply* – He **replies** with a *text*. (Ele responde com uma mensagem)

Há, porém, uma exceção para a regra do “*y*”. Em verbos que seguem a ordem de consoante, vogal e consoante (cvc) em sua terminação, acrescenta-se apenas o “*s*”. Confira:

- To *play* – She **plays** the *guitar*. (Ela toca violão)
- To *stay* – It **stays** there (Fica lá)
- To *enjoy* – He **enjoys** playing the piano. (Ele gosta de tocar o violão)

Verbos terminados em *ch, sh, s, z* ou *x*, terminam “*es*”. Observe:

- To *touch* – He **touches** his *nose*. (Ele toca seu nariz)
- To *press* – Mary **presses** the *button*. (Maria aperta o botão)
- To *buzz* – The *noise* **buzzes** across the *room*. (O barulho zumba pela sala)
- To *crash* – The bus **crashes** against the *wall* (O ônibus bate contra o muro)
- To *fix* – The man **fixes** the *sink*. (O homem conserta a pia)

Observe que apenas no caso dos pronomes em terceira pessoa (*he, she, it*), o verbo se modificou. Nos demais sujeitos o verbo mantém sua forma original do infinitivo.

Há ainda o uso dos verbos auxiliares DO e DOES em frases negativas e interrogativas no presente simples do inglês. E, assim como a conjugação verbal, os auxiliares são divididos em dois grupos de acordo com os sujeitos:

- DO para *I, You, We, They* e *You* (plural).
- DOES para *He, She* e *It*.

Na negativa, o verbo auxiliar do ou does é somado ao not (não), podendo sofrer uma contração, comum da linguagem informal.

- Do not = **don't**
- Does not = **doesn't**

Sendo assim, no presente acrescentam-se estes auxiliares ao modo negativo para formular uma frase negativa. O verbo que o segue, porém, retorna ao seu estado primário (infinitivo sem “to”) em todos os casos quando as frases estão na forma negativa. Veja:

- You do not enjoy this *song*. / You don't enjoy this *song*
(Você não gosta desta canção)
- She does not understand *English* / She doesn't understand *English*.
(Ela não entende inglês)

Em frases interrogativas os verbos auxiliares do presente são postos no início da frase e o verbo retorna para seu estado infinitivo sem o “to”. Confira:

- Do you *enjoy* watching *TV*? (Você gosta de assistir TV?)

Esta é uma amostra grátis da apostila. Adquirir o material com desconto [clique aqui](#).

▪ **Multiplicação entre matrizes:** ao considerarmos o produto $A \cdot B = C$, para realizar a multiplicação entre as matrizes A e B, é crucial, em primeiro lugar, verificar se a multiplicação é viável. Ou seja, é necessário garantir que o número de colunas de A seja igual ao número de linhas de B, determinando assim a ordem adequada. $C: A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$, como o número de colunas de A coincide com o de linhas de B(n) então torna-se possível o produto, e a matriz C terá o número de linhas de A(m) e o número de colunas de B(p)

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 & (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

De modo geral, temos:

O produto de $A = [a_{ij}]_{m \times p}$ por $B = [b_{ij}]_{p \times n}$, é a matriz $C = [c_{ij}]_{m \times n}$, cujo elemento da linha i e coluna j é obtido multiplicando os elementos da linha i de A pelos correspondentes elementos da coluna j de B e, posteriormente, somando-se os produtos obtidos.

Casos particulares

▪ **Matriz identidade ou unidade:** a matriz identidade é uma matriz quadrada que tem os elementos de sua diagonal principal iguais a 1 e os demais elementos iguais a 0. Denotamos a matriz identidade por I_n , onde n é a ordem da matriz.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ matriz identidade de ordem 2}$$

▪ **Matriz transposta:** a transposta de uma matriz é obtida pela troca ordenada de suas linhas por colunas. Dada uma matriz A de ordem $m \times n$, obtemos uma outra matriz de ordem $n \times m$, chamada de transposta de A. Indica-se por A^t .

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ então } A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

▪ **Matriz inversa:** dizemos que uma matriz quadrada A de ordem n admite inversa se existe uma matriz inversa A^{-1} tal que o produto $A \cdot A^{-1}$ é igual à matriz identidade I_n , tal que:

$$A_n \cdot A_n^{-1} = A_n^{-1} \cdot A_n = I_n$$

Matriz de Vandermonde ou das potências¹

Chamamos de matriz de Vandermonde, ou das potências, toda matriz de ordem $n \geq 2$. Nesse caso, as linhas da matriz A são compostas por potências de uma mesma base, com expoente inteiro variando de 0 até $n-1$. Assim, uma matriz de Vandermonde é representada por uma matriz $n \times n$ na forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{bmatrix},$$

Onde, para cada i entre 1 e n , x_i é um número diferente de zero.

Dessa forma, a matriz A é completamente determinada pela n-upla $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Seu termo geral é dado por $a_{ij} = x_i^{j-1}$. Exemplo²:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$$

Os elementos característicos são 5, 6 e 7. Observe que a matriz é de Vandermonde pois na terceira linha os elementos são obtidos da segunda linha, quadrando cada termo, ou seja: $25 = 5^2$, $36 = 6^2$ e $49 = 7^2$.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$$

Prova-se que o determinante de uma matriz de Vandermonde pode ser obtido multiplicando-se todas as diferenças possíveis entre os elementos característicos $(a_i - a_k)$ com a condição de que $i > k$. Assim, por exemplo, na matriz M acima, o determinante será igual a: $|M| = (6 - 5) \cdot (7 - 6) \cdot (7 - 5) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$.

¹ Disponível em: <https://matika.com.br/matriz/matriz-de-vandermonde>
de Acesso em 19.12.2023

² Disponível em: <http://www.paulomarques.com.br/arq12-12.htm>
Acesso em 19.12.2023

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS - BLOCO II

CÁLCULO VETORIAL E MATRICIAL

Prezado Candidato, o tema acima supracitado, já foi abordado na matéria de Conhecimentos Específicos - Bloco I

ANÁLISE COMBINATÓRIA

A análise combinatória ou combinatória é a parte da Matemática que estuda métodos e técnicas que permitem resolver problemas relacionados com contagem¹.

Muito utilizada nos estudos sobre probabilidade, ela faz análise das possibilidades e das combinações possíveis entre um conjunto de elementos.

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

O princípio fundamental da contagem, também chamado de princípio multiplicativo, postula que:

“quando um evento é composto por n etapas sucessivas e independentes, de tal modo que as possibilidades da primeira etapa é x e as possibilidades da segunda etapa é y , resulta no número total de possibilidades de o evento ocorrer, dado pelo produto $(x) \cdot (y)$ ”.

Em resumo, no princípio fundamental da contagem, multiplica-se o número de opções entre as escolhas que lhe são apresentadas.

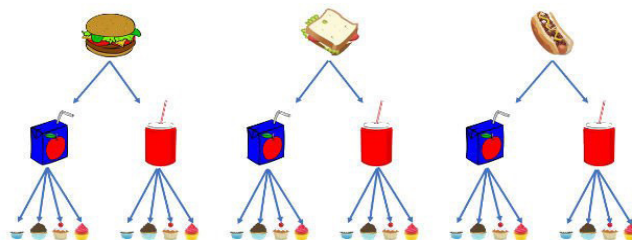
Exemplo:

Uma lanchonete vende uma promoção de lanche a um preço único. No lanche, estão incluídos um sanduíche, uma bebida e uma sobremesa.

São oferecidas três opções de sanduíches: hambúrguer especial, sanduíche vegetariano e cachorro-quente completo. Como opção de bebida pode-se escolher 2 tipos: suco de maçã ou guaraná.

Para a sobremesa, existem quatro opções: cupcake de cereja, cupcake de chocolate, cupcake de morango e cupcake de baunilha. Considerando todas as opções oferecidas, de quantas maneiras um cliente pode escolher o seu lanche?

Solução: Podemos começar a resolução do problema apresentado, construindo uma árvore de possibilidades, conforme ilustrado abaixo:



Acompanhando o diagrama, podemos diretamente contar quantos tipos diferentes de lanches podemos escolher. Assim, identificamos que existem 24 combinações possíveis.

Podemos ainda resolver o problema usando o princípio multiplicativo. Para saber quais as diferentes possibilidades de lanches, basta multiplicar o número de opções de sanduíches, bebidas e sobremesa.

Total de possibilidades: $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$.

Portanto, temos 24 tipos diferentes de lanches para escolher na promoção.

TIPOS DE COMBINATÓRIA

O princípio fundamental da contagem pode ser usado em grande parte dos problemas relacionados com contagem. Entretanto, em algumas situações seu uso torna a resolução muito trabalhosa.

Desta maneira, usamos algumas técnicas para resolver problemas com determinadas características. Basicamente há três tipos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações.

Antes de conhecermos melhor esses procedimentos de cálculo, precisamos definir uma ferramenta muito utilizada em problemas de contagem, que é o fatorial.

O fatorial de um número natural é definido como o produto deste número por todos os seus antecessores. Utilizamos o símbolo $!$ para indicar o fatorial de um número.

Define-se ainda que o fatorial de zero é igual a 1.

Exemplo:

$$0! = 1.$$

$$1! = 1.$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6.$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5.040.$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3.628.800.$$

Note que o valor do fatorial cresce rapidamente, conforme cresce o número. Então, frequentemente usamos simplificações para efetuar os cálculos de análise combinatória.

¹ <https://www.todamateria.com.br/analise-combinatoria/>

ARRANJOS

Nos arranjos, os agrupamentos dos elementos dependem da ordem e da natureza dos mesmos.

Para obter o arranjo simples de n elementos tomados, p a p ($p \leq n$), utiliza-se a seguinte expressão:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo: Como exemplo de arranjo, podemos pensar na votação para escolher um representante e um vice-representante de uma turma, com 20 alunos. Sendo que o mais votado será o representante e o segundo mais votado o vice-representante.

Dessa forma, de quantas maneiras distintas a escolha poderá ser feita? Observe que nesse caso, a ordem é importante, visto que altera o resultado.

$$A_{20,2} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot \cancel{18!}}{\cancel{18!}} = 380$$

Logo, o arranjo pode ser feito de 380 maneiras diferentes.

PERMUTAÇÕES

As permutações são agrupamentos ordenados, onde o número de elementos (n) do agrupamento é igual ao número de elementos disponíveis.

Note que a permutação é um caso especial de arranjo, quando o número de elementos é igual ao número de agrupamentos. Desta maneira, o denominador na fórmula do arranjo é igual a 1 na permutação.

Assim a permutação é expressa pela fórmula:

$$P_n = n!$$

Exemplo: Para exemplificar, vamos pensar de quantas maneiras diferentes 6 pessoas podem se sentar em um banco com 6 lugares.

Como a ordem em que irão se sentar é importante e o número de lugares é igual ao número de pessoas, iremos usar a permutação:

$$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Logo, existem 720 maneiras diferentes para as 6 pessoas se sentarem neste banco.

COMBINAÇÕES

As combinações são subconjuntos em que a ordem dos elementos não é importante, entretanto, são caracterizadas pela natureza dos mesmos.

Assim, para calcular uma combinação simples de n elementos tomados p a p ($p \leq n$), utiliza-se a seguinte expressão:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemplo: A fim de exemplificar, podemos pensar na escolha de 3 membros para formar uma comissão organizadora de um evento, dentre as 10 pessoas que se candidataram.

De quantas maneiras distintas essa comissão poderá ser formada?

Note que, ao contrário dos arranjos, nas combinações a ordem dos elementos não é relevante. Isso quer dizer que escolher Maria, João e José é equivalente a escolher João, José e Maria.

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{3! \cdot \cancel{7!}} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

Observe que para simplificar os cálculos, transformamos o fatorial de 10 em produto, mas conservamos o fatorial de 7, pois, desta forma, foi possível simplificar com o fatorial de 7 do denominador.

Assim, existem 120 maneiras distintas formar a comissão.

PROGRESSÕES

Sempre que estabelecemos uma ordem para os elementos de um conjunto, de tal forma que cada elemento seja associado a uma posição, temos uma sequência.

O primeiro termo da sequência é indicado por a_1 , o segundo por a_2 , e o n -ésimo por a_n .

► Termo Geral de uma Sequência

Algumas sequências podem ser expressas mediante uma lei de formação. Isso significa que podemos obter um termo qualquer da sequência a partir de uma expressão, que relaciona o valor do termo com sua posição.

Para a posição n ($n \in \mathbb{N}^*$), podemos escrever $a_n = f(n)$

► Progressão Aritmética

Denomina-se progressão aritmética (PA) a sequência em que cada termo, a partir do segundo, é obtido adicionando-se uma constante r ao termo anterior. Essa constante r chama-se razão da PA.

$$a_n = a_{n-1} + r \quad (n \geq 2)$$

Exemplo

A sequência (2, 7, 12) é uma PA finita de razão 5:

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 + 5 = 7$$

$$a_3 = 7 + 5 = 12$$

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS - BLOCO III

LÓGICA; CONJUNTOS

Uma proposição é um conjunto de palavras ou símbolos que expressa um pensamento ou uma ideia completa, transmitindo um juízo sobre algo. Uma proposição afirma fatos ou ideias que podemos classificar como verdadeiros ou falsos. Esse é o ponto central do estudo lógico, onde analisamos e manipulamos proposições para extrair conclusões.

VALORES LÓGICOS

Os valores lógicos possíveis para uma proposição são:

- Verdadeiro (V), caso a proposição seja verdadeira.
- Falso (F), caso a proposição seja falsa.

Esse fato faz com que cada proposição seja considerada uma declaração monovalente, pois admite apenas um valor lógico: verdadeiro ou falso.

► Axiomas fundamentais

Os valores lógicos seguem três axiomas fundamentais:

▪ **Princípio da Identidade:** uma proposição é idêntica a si mesma. Em termos simples: $p \equiv p$.

Exemplo: "Hoje é segunda-feira" é a mesma proposição em qualquer contexto lógico.

▪ **Princípio da Não Contradição:** uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Exemplo: "O céu é azul e não azul" é uma contradição.

▪ **Princípio do Terceiro Excluído:** toda proposição é ou verdadeira ou falsa, não existindo um terceiro caso possível. Ou seja: "Toda proposição tem um, e somente um, dos valores lógicos: V ou F."

Exemplo: "Está chovendo ou não está chovendo" é sempre verdadeiro, sem meio-termo.

CLASSIFICAÇÃO DAS PROPOSIÇÕES

Para entender melhor as proposições, é útil classificá-las em dois tipos principais:

► Sentenças Abertas

São sentenças para as quais não se pode atribuir um valor lógico verdadeiro ou falso, pois elas não exprimem um fato completo ou específico. São exemplos de sentenças abertas:

- Frases interrogativas: "Quando será a prova?"
- Frases exclamativas: "Que maravilhoso!"
- Frases imperativas: "Desligue a televisão."
- Frases sem sentido lógico: "Esta frase é falsa."

► Sentenças Fechadas

Quando a proposição admite um único valor lógico, verdadeiro ou falso, ela é chamada de sentença fechada. Exemplos:

- Sentença fechada e verdadeira: " $2 + 2 = 4$ "
- Sentença fechada e falsa: "O Brasil é uma ilha"

► Proposições Simples e Compostas

As proposições podem ainda ser classificadas em simples e compostas, dependendo da estrutura e do número de ideias que expressam:

Proposições Simples (ou Atômicas)

São proposições que não contêm outras proposições como parte integrante de si mesmas. São representadas por letras minúsculas, como p, q, r, etc.

Exemplos:

- p: "João é engenheiro."
- q: "Maria é professora."

Proposições Compostas (ou Moleculares)

Formadas pela combinação de duas ou mais proposições simples. São representadas por letras maiúsculas, como P, Q, R, etc., e usam conectivos lógicos para relacionar as proposições simples.

Exemplo: P: "João é engenheiro e Maria é professora."

► Classificação de Frases

Ao classificarmos frases pela possibilidade de atribuir-lhes um valor lógico (verdadeiro ou falso), conseguimos distinguir entre aquelas que podem ser usadas em raciocínios lógicos e as que não podem. Vamos ver alguns exemplos e suas classificações.

▪ **"O céu é azul."** – Proposição lógica (podemos dizer se é verdadeiro ou falso).

▪ **"Quantos anos você tem?"** – Sentença aberta (é uma pergunta, sem valor lógico).

▪ **"João é alto."** – Proposição lógica (podemos afirmar ou negar).

▪ **"Seja bem-vindo!"** – Não é proposição lógica (é uma saudação, sem valor lógico).

▪ **" $2 + 2 = 4$."** – Sentença fechada (podemos atribuir valor lógico, é uma afirmação objetiva).

▪ **"Ele é muito bom."** – Sentença aberta (não se sabe quem é "ele" e o que significa "bom").

▪ **"Choveu ontem."** – Proposição lógica (podemos dizer se é verdadeiro ou falso).

▪ **"Esta frase é falsa."** – Não é proposição lógica (é um paradoxo, sem valor lógico).

▪ **"Abra a janela, por favor."** – Não é proposição lógica (é uma instrução, sem valor lógico).

▪ **"O número x é maior que 10."** – Sentença aberta (não se sabe o valor de x)

Exemplo: (CESPE)

Na lista de frases apresentadas a seguir:

- "A frase dentro destas aspas é uma mentira."
- A expressão $x + y$ é positiva.
- O valor de $\sqrt{4 + 3} = 7$.
- Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.
- O que é isto?

Há exatamente:

- (A) uma proposição;
- (B) duas proposições;
- (C) três proposições;
- (D) quatro proposições;
- (E) todas são proposições.

Resolução:

Analisemos cada alternativa:

(A) A frase é um paradoxo, então não podemos dizer se é verdadeira ou falsa. Não é uma proposição lógica.

(B) Não sabemos os valores de x e y , então não podemos dizer se é verdadeira ou falsa. É uma sentença aberta e não é uma proposição lógica.

(C) Podemos verificar se é verdadeira ou falsa. É uma proposição lógica.

(D) Podemos verificar se é verdadeira ou falsa, independente do número exato. É uma proposição lógica.

(E) É uma pergunta, então não podemos dizer se é verdadeira ou falsa. Não é uma proposição lógica.

Resposta: B.

CONECTIVOS LÓGICOS

Para formar proposições compostas a partir de proposições simples, utilizamos conectivos lógicos. Esses conectivos estabelecem relações entre as proposições, criando novas sentenças com significados mais complexos. São eles:

Operação	Conectivo	Estrutura Lógica	Exemplos		
			p	q	Resultado
Negação	$\sim$ ou $\neg$	Não p	"Hoje é domingo"	-	$\sim p$: "Hoje não é domingo"
Conjunção	$\wedge$	p e q	"Estudei"	"Passei na prova"	$p \wedge q$: "Estudei e passei na prova"
Disjunção Inclusiva	$\vee$	p ou q	"Vou ao cinema"	"Vou ao teatro"	$p \vee q$: "Vou ao cinema ou vou ao teatro"
Disjunção Exclusiva	$\oplus$	Ou p ou q	"Ganhei na loteria"	"Recebi uma herança"	$p \oplus q$: "Ou ganhei na loteria ou recebi uma herança"
Condicional	$\rightarrow$	Se p então q	"Está chovendo"	"Levarei o guarda-chuva"	$p \rightarrow q$: "Se está chovendo, então levarei o guarda-chuva"
Bicondicional	$\leftrightarrow$	p se e somente se q	"O número é par"	"O número é divisível por 2"	$p \leftrightarrow q$: "O número é par se e somente se é divisível por 2"

Exemplo: (VUNESP)

Os conectivos ou operadores lógicos são palavras (da linguagem comum) ou símbolos (da linguagem formal) utilizados para conectar proposições de acordo com regras formais preestabelecidas. Assinale a alternativa que apresenta exemplos de conjunção, negação e implicação, respectivamente.

- (A) $\neg p$, $p \vee q$, $p \wedge q$
- (B) $p \wedge q$, $\neg p$, $p \rightarrow q$
- (C) $p \rightarrow q$, $p \vee q$, $\neg p$
- (D) $p \vee p$, $p \rightarrow q$, $\neg q$
- (E) $p \vee q$, $\neg q$, $p \vee q$